Карпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики та інформатики і методики навчання

,

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти

на тему «**Використання технологій штучного інтелекту для навчання математики у старшій школі**»

Виконала: магістрантка групи СОМ(М)-2 групи
спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)
Уляна ШТЕПУК
Керівник Роман ЗАТОРСЬКИЙ
Рецензент Оксана ГАРПУЛЬ

Івано-Франківськ – 2025 р.

ЗМІСТ

ВСТУП 4

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ В ОСВІТІ 7

1.1. Поняття та класифікація технологій штучного інтелекту. **7**

1.2. Розвиток штучного інтелекту у світі та використання його в освітній галузі. **12**

1.3. Особливості навчання математики у старшій школі із використання штучного інтелекту, переваги та недоліки. **17**

Висновок до розділу 1. ..... **22**

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ, ЯКІ ЗАСТОСОВУЮТЬСЯ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ 24

2.1. Інтелектуальні навчальні системи. **24**

2.2. Адаптивні платформи для вивчення математики. **29**

2.3. Можливості генеративного ШІ (ChatGPT) для пояснення, перевірки розв'язань та створення завдань. **38**

Висновок до розділу 2. ..... **42**

РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ ШІ У НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ 44

3.1. Застосування ШІ на уроках засвоєння нових знань, формування знань, умінь і навичок при вивчені математики у старшій школі. **44**

3.2. Використання ШІ на уроках із контролю знань з математики в старшій школі. **49**

3.3. Методичні рекомендації щодо використання технологій штучного інтелекту у навчальному процесі. **55**

Висновок до розділу 3. ..... **58**

ВИСНОВКИ 60

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 63

ДОДАТКИ 67

ДОДАТОК А. СХЕМА ІНТЕЛЕКТУ ЛЮДИНИ **67**

ДОДАТОК Б. ПЕРЕВАГИ ТА РИЗИКИ ВИКОРИСТАННЯ ШІ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ **68**

ДОДАТОК В. ПРИКЛАДИ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ НАВЧАЛЬНИХ СИСТЕМ **69**

ДОДАТОК Г. ПРИКЛАДИ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ ТА ОПИС ПОКРОКОВОЇ ПРОЦЕДУРИ ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ У ALEKS 70

ДОДАТОК Ґ. ПРИКЛАДИ АДАПТИВНИХ ПЛАТФОРМ 74

ДОДАТОК Е. РОЗГОРНУТИЙ КОНСПЕКТ УРОКУ ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАНЬ, УМІНЬ І НАВИЧОК ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ШІ НА УРОКАМ МАТЕМАТИКИ У СТАРШІЙ ШКОЛІ 75

ДОДАТОК Д. РОЗВЯЗКИ ЗАВДАНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ШІ (ПРИКЛАДИ)..... 79

ДОДАТОК Е. САМОСТІЙНА РОБОТА НА ТЕМУ «ІНТЕГРАЛИ» ТА ЇЇ АНАЛІЗ ЗА ДОПОМОГОЮ ШІ 83

ДОДАТОК Є. Участь у X Міжнародній науковій конференції «Науковий простір: актуальні питання, досягнення та інновації» (14 листопада 2025 року, м. Львів, Україна)..... 87

ДОДАТОК Ж. Акт використання результатів науково-дослідної роботи88

ВСТУП

Сучасне суспільство активно трансформується під впливом стрімкого розвитку цифрових технологій, зокрема штучного інтелекту (ШІ), що висуває нові вимоги до системи освіти. В епоху цифровізації особливої актуальності набуває пошук ефективних підходів до викладання, які здатні підвищити мотивацію учнів, адаптуватися до індивідуальних потреб та підготувати школярів до викликів майбутнього. У цьому контексті математика, як одна з базових дисциплін, потребує нових методичних підходів, які забезпечать якісне засвоєння знань та розвиток критичного мислення.

Використання сучасних цифрових технологій на уроках математики відкриває перед учителем нові можливості для організації ефективного навчального процесу, що сприяє підвищенню мотивації учнів, розвитку їхньої самостійності та логічного мислення. Однією з найперспективніших інновацій в освітній галузі є застосування технологій штучного інтелекту, які дозволяють зробити навчання більш індивідуалізованим, адаптивним та результативним.

У сучасному світі штучний інтелект активно впроваджується в різні сфери життя, і освіта не є винятком. Різноманітні платформи, інтелектуальні системи навчання, віртуальні асистенти та чат-боти дедалі частіше використовуються як допоміжні інструменти для викладання математичних дисциплін. Це особливо актуально для учнів старшої школи, які готуються до складання НМТ, вступу до вищих навчальних закладів і потребують більш гнучкого та ефективного підходу до опанування матеріалу.

Тому обрана тема є надзвичайно **актуальною**, адже використання ШІ-технологій дозволяє враховувати індивідуальний темп навчання, оперативно виявляти прогалини у знаннях та надавати учням зворотний зв’язок у реальному часі.

Об’єктом дослідження є процес навчання математики в старшій школі з використанням технологій штучного інтелекту.

Предметом дослідження є використання технологій штучного інтелекту у навчальному процесі з метою підвищення ефективності вивчення математики учнями старшої школи.

Метою даного дослідження є аналіз та обґрунтування можливостей застосування технологій штучного інтелекту для підвищення якості математичної підготовки учнів старших класів.

Для досягнення поставленої мети розглянемо наступні **завдання:**

- ✓ проаналізувати сучасний стан використання технологій штучного інтелекту в освітньому процесі, зокрема у викладанні математики;
- ✓ визначити особливості навчання математики у старшій школі та вимоги до підготовки учнів у контексті цифровізації освіти;
- ✓ розробити та обґрунтувати педагогічні умови й методичні підходи до використання ШІ в навчанні математики;
- ✓ провести експериментальне дослідження ефективності застосування ШІ-технологій для формування математичних компетентностей учнів старших класів.

Питання цифровізації освіти та впровадження сучасних інформаційних технологій, зокрема штучного інтелекту, активно досліджуються вітчизняними та зарубіжними науковцями. Вчені, такі як І. Роберт, Н. Морзе, О. Співаковський, Ю. Тріус, С. Литвинова, І. Теплінський та інші, акцентують увагу на значному потенціалі ШІ у трансформації освітнього процесу, особливо в галузі точних наук. Особливої актуальності ці питання набувають у контексті викладання математики, яка потребує високого рівня логічної послідовності, системності та адаптації до індивідуального темпу навчання учня.

Окремі аспекти використання інтелектуальних навчальних систем, адаптивних платформ і цифрових освітніх ресурсів досліджували такі вчені, як О. Гуржій, Л. Пилипчук, В. Овчарук, Т. Кавалерова, В. Ільченко, а також зарубіжні дослідники – Б. Вільямсон, Е. Андерсон, Р. Бейкер, які підкреслюють зростаюче значення ШІ в навчальній аналітиці та автоматизованій підтримці учнів.

У межах даного дослідження будуть використані такі **методи**: аналіз наукової літератури з питань використання ШІ в освіті та викладанні математики; спостереження за процесом навчання учнів старшої школи за участі ШІ-інструментів; порівняльний аналіз результатів навчання у класах, де використовуються традиційні методи та ШІ-технології.

Наукова новизна одержаних результатів. У процесі дослідження вперше здійснено комплексне теоретичне та методичне обґрунтування доцільності використання технологій штучного інтелекту (ШІ) у навчанні математики учнів старшої школи, що ґрунтується на аналізі сучасних педагогічних та цифрових трендів. Науково узагальнено та систематизовано сучасні технології штучного інтелекту, які можуть бути ефективно застосовані у шкільному навчанні математики, та визначено їхні дидактичні функції. Визначено фактори ефективності впровадження ШІ у математичну освіту старшокласників, серед яких: індивідуалізація навчання, оперативний зворотний зв’язок, формування мотивації та когнітивного інтересу.

Практичне значення дослідження полягає у тому, що розроблені методичні рекомендації можуть бути впроваджені у практику викладання математики у старшій школі, зокрема у вигляді інтерактивних занять з використанням ШІ-помічників (наприклад, ChatGPT, MathGPT); застосування адаптивних систем навчання; використання чат-ботів для індивідуального супроводу учнів; цифрових інструментів оцінювання, що автоматично аналізують помилки та пропонують індивідуальні траєкторії навчання.

Матеріали дослідження можуть бути використані вчителями математики, методистами, розробниками електронних освітніх ресурсів, а також у процесі підвищення кваліфікації педагогічних кадрів.

Структура дипломної роботи. Робота складається зі вступу, 3 розділів, висновку, списку використаних джерел та додатків. Обсяг роботи складає 86 сторінок.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ В ОСВІТІ

1.1. Поняття та класифікація технологій штучного інтелекту.

До ключових термінів, що використовуються у сфері штучного інтелекту, належать поняття інтелекту, штучного інтелекту та інтелектуальної задачі. Наведемо їхні визначення.

Інтелект – це здатність мозку здійснювати мисленнєву діяльність, тобто оперувати знаннями з метою прийняття відповідних рішень щодо певної задачі. Йдеться про спроможність розв'язувати інтелектуальні задачі шляхом набуття, збереження в пам'яті та свідомої трансформації знань у процесі навчання, засвоєння життєвого досвіду, а також адаптації до різноманітних внутрішніх і зовнішніх умов [8, с. 12].

Очевидно, що для здійснення інтелектуальної діяльності у навколишньому середовищі (або навіть просто для існування в ньому) необхідно мати уявлення про модель світу. В інформаційній моделі зовнішнього середовища реальні об'єкти, їхні властивості та взаємозв'язки не лише фіксуються й зберігаються, але й можуть свідомо, цілеспрямовано змінюватися в уяві.

Особливо важливим є те, що формування такої моделі відбувається в процесі навчання, накопичення досвіду та пристосування до різноманітних життєвих умов.

У схемі функціонування інтелекту людини та її взаємозв'язку із зовнішнім середовищем (додаток А) інтелект представлено через чотири основні складові. Перша складова – це природа, яка охоплює повний комплекс природних факторів. Другою складовою виступає техніка, тобто засоби та інструменти, за допомогою яких людина здійснює вплив на природу. Третій елемент – це зовнішні моделі, які репрезентують науку як систему знань про світ. Найвищим рівнем у цій ієрархії є суспільство. Головною особливістю цієї моделі є те, що рецептори (Рц) сприймають не тільки енергію, яка є опосередкованим свідченням про стан зовнішнього середовища, але й безпосередню інформацію у

вигляді сигналів. Такі інформаційні сигнали надходять безпосередньо від суспільства і зовнішніх моделей.

У будь-якій інтелектуальній системі на початковому етапі вже закладені базові моделі, початкова структура зв'язків та фундаментальні критерії. Саме ці елементи формують основу для початку функціонування інтелекту. Надалі здатність до саморозвитку визначається кількістю структурних елементів та їхніми початковими властивостями, які забезпечують потенціал для тренування та утворення нових зв'язків. Такий інтелект, отримуючи інформацію ззовні, набуває здатності до навчання та виховання під впливом суспільства й його моделей. Під вихованням слід розуміти процес зміни первинних критеріїв та формування нових.

Штучний інтелект (ШІ) – це галузь науки та технологій, яка займається створенням інтелектуальних машин або програмних систем, здатних частково перебирати на себе функції людського інтелекту. Йдеться, зокрема, про здатність приймати обґрунтовані рішення на основі раніше здобутого досвіду та логічного аналізу зовнішніх даних [8, с. 14].

З іншої точки зору, під штучним інтелектом мається на увазі науковий напрямок, в межах якого формулюються та розв'язуються завдання моделювання апаратними або програмними засобами тих видів людської діяльності, які традиційно вважаються інтелектуальними. У цьому сенсі термін «штучний інтелект» було запроваджено Джоном Маккарті в 1956 році під час конференції в Дартмутському університеті [8].

Цікаву ідею імітації мислення запропонував Алан Тюрінг [8]. Він зауважував, що при спробі імітувати інтелект дорослої людини неможливо оминути питання еволюційного розвитку мозку, який зумовив сучасний стан людського інтелекту. У зв'язку з цим Тюрінг запропонував не створювати одразу програму, що відтворює дорослий розум, а натомість розробити програму, що імітує інтелект дитини. Згодом цю «дитячу» програму можна виховувати, і вона поступово набуде властивостей дорослого інтелекту. Варто зазначити, що саме цей підхід сьогодні переважає в системах штучного інтелекту, адже складність

повного початкового знання змушує розраховувати на навчання як основний шлях формування інтелектуальних можливостей. У процесі такого навчання відображаються властивості інтелектуальної діяльності – накопичення досвіду, адаптація тощо.

Людина вважається носієм інтелекту від природи. Цей інтелект є результатом багатолітньої еволюції. Люди здатні розв'язувати широкий спектр інтелектуальних задач. Однак, незважаючи на поширене використання терміну «інтелект», дати йому чітке визначення не так просто. І навіть серед фахівців немає єдиної думки щодо його точного формулювання.

Найвищими проявами розвитку інтелекту вважаються творчість, самопізнання і самовиховання. Це означає не лише здатність до створення нових моделей впливу та їх реалізації за допомогою технічних засобів, а й можливість формування нових критеріїв, які можуть змінити напрям діяльності інтелекту, вийшовши за межі закладених програм чи виховних впливів з боку суспільства.

Найвищим досягненням штучного інтелекту вважається його здатність до самовідтворення з використанням технічних засобів і поступове, необмежене зростання обчислювальної потужності. Припущення фантастичного характеру в цьому напрямку можна вважати допустимими, адже їх реалізація – це лише питання часу та ресурсів.

Поняття **інтелектуальної задачі** слід розуміти як процес пошуку алгоритму для розв'язання задач певного класу. До інтелектуальних задач належать ті, для яких не існує заздалегідь визначеного алгоритму, що завжди гарантує правильний результат. Відповідно, інтелектуальна діяльність – це процес вирішення подібних задач. Одним із прикладів такої задачі є розпізнавання образів, тобто визначення, до якої з відомих категорій належить об'єкт, що спостерігається.

Інтелектуальні задачі мають низку характерних рис: неповноту, нечіткість, суперечливість наявних знань, а також велику кількість можливих рішень. Через це такі задачі не можуть бути вирішені простим перебором варіантів. До того ж,

часто відсутні чіткі критерії для обрання оптимального рішення, а сама задача не завжди піддається точній формалізації.

Технології штучного інтелекту – це сукупність методів, алгоритмів, моделей та апаратно-програмних засобів, які забезпечують здатність інформаційних систем виконувати функції, що традиційно вважаються властивими людському інтелекту. До таких функцій належать навчання, розпізнавання образів, ухвалення рішень, мовна комунікація, прогнозування тощо [16].

Згідно з визначенням, наведеним у працях українських науковців, ШІ є інформаційною системою, яка здатна самостійно опановувати нові знання, адаптуватися до змін середовища та приймати рішення в умовах невизначеності [1].

Сучасні технології ШІ ґрунтуються на поєднанні декількох наукових підходів, серед яких: нейронні мережі, ймовірнісні методи, логічні моделі, теорія ігор, еволюційні алгоритми, а також методи глибокого навчання (deep learning) і підкріплювального навчання (reinforcement learning).

Технології ШІ можуть бути реалізовані в різних програмних та апаратних рішеннях. Наприклад, експертні системи дозволяють автоматизувати процес прийняття рішень у медичній діагностиці або правозастосуванні. Інтелектуальні агенти здатні взаємодіяти з навколишнім середовищем та адаптувати свою поведінку відповідно до змінних умов [36, с. 45].

Інтенсивний розвиток штучного інтелекту спостерігається у таких галузях, як обробка природної мови (NLP), комп’ютерний зір, автономні транспортні засоби, медичні системи діагностики, фінансовий аналіз, кібербезпека, розпізнавання облич та голосу, робототехніка тощо.

Однією з ключових рушійних сил у розвитку ШІ стали глибокі нейронні мережі (deep neural networks), які забезпечують можливість розв’язувати складні завдання з високим рівнем точності. Наприклад, трансформерні моделі, такі як GPT (Generative Pre-trained Transformer), BERT (Bidirectional Encoder

Representations from Transformers) тощо, відкрили нові горизонти в обробці мови та генерації текстів [40].

Також важливими є технології Explainable AI (XAI), які дозволяють зробити процес прийняття рішень системами ШІ прозорим і зрозумілим для людини, що особливо важливо у сферах із високими ризиками, як-от медицина, банківська справа чи правосуддя.

Розвиток квантових обчислень та біоінформатики також тісно пов'язаний із майбутнім ШІ. Наприклад, квантовий ШІ (Quantum AI) може надати нові методи для оптимізації задач і пришвидшення обробки великих обсягів даних, що недосяжно для класичних алгоритмів [37, с. 122].

Класифікація технологій штучного інтелекту базується на різних критеріях: функціональних, методологічних, рівневих та галузевих.

Таблиця 1.1. Узагальнена класифікація технологій ШІ.

№	Критерій класифікації	Види технологій ШІ
1	За функціональністю	Аналітичні, діалогові, робототехнічні, експертні системи
2	За методами навчання	Системи з машинним навчанням (ML), з глибоким навчанням (DL), без навчання (rule-based)
3	За рівнем автономності	Слабкий ШІ (Narrow AI), сильний ШІ (General AI), суперінтелект (Super AI)
4	За галузевим призначенням	Медичні, фінансові, освітні, правові, виробничі

Прикладами технологій ШІ є машинне навчання (Machine Learning) – використовується для аналізу великих обсягів даних, передбачення подій, класифікації об'єктів; нейронні мережі – моделі, які імітують роботу людського мозку. Застосовуються у розпізнаванні мовлення, зображень; обробка природної мови (NLP) дає змогу системам розуміти, інтерпретувати й генерувати людську мову (чат-боти, голосові помічники); Computer Vision – аналізує візуальну інформацію, розпізнає об'єкти на зображеннях чи відео; робототехніка з елементами ШІ – поєднує фізичні пристрої з програмним забезпеченням ШІ.

Сучасні технології штучного інтелекту постійно вдосконалюються, охоплюючи нові сфери людської діяльності. Вони базуються на комплексних математичних і алгоритмічних моделях та мають потенціал докорінно змінити як економічне, так і соціальне життя. У зв'язку з цим зростає потреба в етичному регулюванні, прозорості та контролі над використанням ШІ.

1.2. Розвиток штучного інтелекту у світі та використання його в освітній галузі.

Історія розвитку штучного інтелекту (ШІ) є надзвичайно цікавою, оскільки охоплює десятиліття технічного прогресу, наукових відкриттів та філософських міркувань. ШІ сформувався як міждисциплінарна галузь, що інтегрує знання з інформатики, математики, когнітивних наук, лінгвістики й інших напрямів.

Концепція створення машин, здатних до мислення, бере свій початок ще в XIX столітті, з доробку таких учених, як Чарльз Беббідж та Ада Лавлейс [3]. Основи логічного мислення машин було закладено через розвиток алгебри логіки Джорджа Буля, що згодом стало підґрунтям для цифрових обчислень [11].

У середині XX століття британський математик Алан Тьюринг розробив тест, який і донині застосовують для визначення інтелектуальних здібностей машин [14]. Власне термін «штучний інтелект» уперше був вжитий у 1956 році американським дослідником Джоном Маккарті під час Ганноверської конференції в Дартмутському коледжі. Ця ініціатива спиралася на припущення, що кожен компонент інтелекту або навчання можна настільки чітко описати, що на основі такого опису можливо створити машину, здатну відтворити ці здібності [11].

У другій половині XX століття були створені перші приклади систем штучного інтелекту, зокрема чат-бот ELIZA, який імітував спілкування людини, а також розроблені програми, здатні до гри в шахи, серед яких особливе місце займає Deep Blue [18, 11]. У 1997 році комп'ютер Deep Blue здобув перемогу над чинним чемпіоном світу з шахів Гаррі Каспаровим, що стало знаковою подією в історії розвитку ШІ.

Одним із перших роботів, який міг не лише виконувати дії, а й аналізувати власні дії, був Shakey – це суттєвий крок до створення автономних систем [11].

Після зниження зацікавленості до ШІ у 1970-х роках, у 1980-х роках відбулося нове піднесення інтересу до цієї галузі, що було зумовлено низкою технологічних проривів.

Період становлення штучного інтелекту та його ключові етапи відображені на стрічці часу (рисунок 1.1).



Рис. 1.1. Хронологія становлення штучного інтелекту.

Штучний інтелект (ШІ) продовжує залишатися однією з найдинамічніших і стратегічно важливих технологічних сфер у сучасному світі. У світовому контексті країни, такі як США, Китай, Канада, Великобританія, Франція та Ізраїль, вкладають мільярди доларів у дослідження та комерціалізацію ШІ. Наприклад, за даними звіту Stanford HAI AI Index Report 2023, у 2022 році приватні інвестиції в галузь штучного інтелекту у США склали понад 47 мільярдів доларів [13]. ШІ активно застосовується в охороні здоров’я (діагностика, прогнозування), фінансах (автоматизація процесів, виявлення шахрайства), юриспруденції (аналіз справ), транспорті (автономні системи) та в

освітніх технологіях (адаптивне навчання, чат-боти, аналітика навчальних даних).

Україна також демонструє зацікавленість і прогрес у розвитку ШІ. У 2021 році було прийнято «Концепцію розвитку штучного інтелекту в Україні», що визначає пріоритетні напрями розвитку цієї сфери. Вітчизняні вчені активно працюють над задачами розпізнавання образів, обробки мови, прогнозного моделювання тощо. Ряд університетів (зокрема, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, НТУУ «КПІ», ЛНУ ім. Івана Франка, ХНУРЕ) започаткували освітні програми з акцентом на ШІ, що сприяє підготовці фахівців нової генерації [9].

Використання ШІ в освіті відкриває нові можливості для персоналізованого та ефективного навчального процесу. У таблиці 1.2. наведено ключові ШІ-технології, які вже активно застосовуються в навчанні, зокрема в математиці.

Smart Sparrow [38] - це платформа адаптивного навчання, яка дозволяє створювати динамічні навчальні курси, що підлаштовуються під індивідуальні потреби кожного учня.

На уроках математики ця платформа корисна тим, що може надавати різнорівневі задачі залежно від рівня учня; автоматично коригувати складність завдань; пропонувати підказки у разі помилок. Наприклад, учень, який зробив помилку у дробах, отримає додаткові вправи саме на цю тему.

Google Classroom [27] - це безкоштовна платформа від Google для організації дистанційного чи змішаного навчання. Штучний інтелект використовується тут опосередковано: для автоматичного сортування оцінок, організації індивідуальних завдань, інтеграції з іншими AI-додатками. Наприклад, учитель може призначити різні тести на повторення залежно від прогресу учня.

Gradescope [28] – це платформа для автоматичного оцінювання рукописних робіт або сканованих відповідей. Вона дозволяє швидко перевірити велику кількість робіт; створити шаблон відповіді з критеріями оцінювання;

автоматично фіксувати типові помилки. Наприклад, на контрольній роботі з рівнянь учитель фотографує зошити, система сама оцінює правильність рішень.

Таблиця 1.2. Технології штучного інтелекту в освіті.

Технологія	**Функція**	**Приклад застосування**	**Як застосувати на уроці математики**
Адаптивне навчання	Персоналізація матеріалу під рівень знань учня	*Smart Sparrow, Google Classroom*	Створення індивідуального плану вивчення теми залежно від результатів діагностики учня.
Автоматичне оцінювання	Миттєвий аналіз відповідей, зворотний зв'язок	*Gradescope, ExamSoft*	Автоматична перевірка тестів з теми або домашніх завдань у формі quiz.
Чат-боти	Підтримка у відповіді на запитання, пояснення	*ChatGPT, Khanmigo*	Учень може задати питання щодо задачі або формули, отримати пояснення з прикладами.
Аналітика навчальних даних	Відстеження успішності, прогнозування результатів	*Learning Analytics Dashboard*	Аналіз тем, де клас має найнижчі результати, щоб учитель міг адаптувати темп навчання.
Голосові помічники	Голосове керування навчанням, доступність	*Google Assistant, Siri*	Учні з порушеннями зору можуть отримати пояснення до математичних понять вголос.
Генерація задач	Автоматичне створення вправ	*AI Problem Generator, Quillionz*	Вчитель отримує набір різнорівневих задач для учнів із різним рівнем підготовки.
Розпізнавання зображень	Аналіз рукописного вводу	*Microsoft Math Solver*	Учень пише рівняння на планшеті, програма розпізнає і розв'язує з поясненням.

ExamSoft [25] – програмне забезпечення для безпечного і структурованого тестування з можливістю використання аналітики. Ідеальне для створення екзаменів; аналізу результатів; виявлення сильних і слабких місць у знаннях учнів. Наприклад, після діагностувальної роботи система показує, найбільше помилок у класу у певній темі.

ChatGPT [22] – модель штучного інтелекту, здатна вести діалог, відповідати на питання, пояснювати теми. Учні можуть ставити питання у зручній формі (наприклад: «Як знайти невідомий множник?»); отримувати покрокове пояснення; просити про додаткові приклади або задачі. Наприклад, Учень працює вдома і не розуміє тему «Інтеграли» – звертається до чат-бота за поясненням з прикладами.

Learning Analytics Dashboard [32] – це система візуалізації та аналітики даних про навчання. Вчитель може відслідковувати успішність окремих учнів або всього класу; виявити теми, які потребують повторення; спланувати диференційоване навчання. Наприклад, після теми «Розв’язування показникових рівнянь» виявлено, що 60% учнів мають труднощі – заплановано повторення.

Microsoft Math Solver [34] – застосунок для мобільного пристрою або ПК, який дозволяє сканувати або вводити математичні вирази; отримувати розв’язання з поясненнями; переглядати подібні приклади. Наприклад, учень фотографує рівняння, бачить покрокове рішення та пояснення до кожного кроку.

Quillionz [35] – інструмент на основі ШІ, який допомагає вчителям автоматично генерувати тести, питання, вправи; створювати завдання за введеним текстом або темою. Наприклад, учитель вводить тему «Тіла обертання», і платформа генерує 10 завдань різного рівня складності.

Khanmigo [31] – це штучно-інтелектуальний помічник на основі платформи Khan Academy, що допомагає пояснювати учням складні теми у доступній формі; ставити навідні питання для розвитку мислення; допомагати з домашніми завданнями. Наприклад, розв’язуючи задачу, учень отримує не пряме рішення, а підказки, які спрямовують до відповіді.

Google Assistant / Siri [26] - це голосові помічники, які можуть відповідати на прості навчальні питання, розпізнавати голосові запити, шукати матеріали. Корисні для учнів з особливими потребами або в умовах дистанційного навчання.

Отже, штучний інтелект дозволяє викладачам автоматизувати рутинні завдання (перевірка тестів, складання індивідуальних завдань), а студентам – здобувати знання в більш гнучкий і персоналізований спосіб. Завдяки цьому зростає мотивація до навчання, підвищується якість освітнього процесу, розширюються можливості доступу до знань, зокрема для людей з особливими освітніми потребами.

1.3. Особливості навчання математики у старшій школі із використання штучного інтелекту, переваги та недоліки.

У сучасних умовах цифрової трансформації освіти особливого значення набуває застосування технологій ШІ у процесі навчання, зокрема – у вивченні математики в старшій школі. Це відкриває нові можливості для персоналізації навчального процесу, оптимізації часу викладання та підвищення якості математичної підготовки учнів.

Однією з ключових переваг використання штучного інтелекту в навчанні математики у старшій школі є **індивідуалізація освітньої траєкторії учня**. В умовах профільного поділу старших класів і значної різниці у рівні математичної підготовки серед учнів, персоналізований підхід стає особливо важливим. ШІ дає змогу побудувати таку модель навчання, яка враховує не лише загальний обсяг тем, а й поточний рівень знань, типові помилки, темп засвоєння інформації, а також індивідуальні когнітивні особливості кожного учня.

Ключовим прикладом реалізації цієї переваги є Khan Academy – одна з найвідоміших і найбільш використовуваних адаптивних платформ у світі. Вона використовує алгоритми штучного інтелекту для аналізу відповіді учня на кожному етапі навчання. Система визначає, які теми вже опановані, які потребують повторення, і які ще передчасно пропонувати. Це досягається

завдяки механізму «навчання до майстерності» (mastery learning), за якого учень не переходить до наступної теми, поки не покаже достатнього рівня розуміння поточної. Такий підхід сприяє формуванню міцних знань і запобігає накопиченню прогалин [7].

Індивідуалізація також підтримується через різноманіття форматів подання матеріалу – відео, інтерактивні тести, текстові пояснення, візуалізації, а також можливість вчителя відстежувати прогрес класу. Завдяки цьому навчання з Khan Academy стає доступним як для учнів із високим рівнем математичної підготовки, так і для тих, кому потрібна додаткова підтримка. Отже, застосування ШІ у вигляді адаптивних платформ на кшталт Khan Academy дозволяє учням старшої школи навчатись у власному темпі, підвищує їхню мотивацію та формує стійкі математичні компетентності.

Штучний інтелект дедалі активніше інтегрується у навчальний процес, зокрема у викладання та вивчення математики в старшій школі. Одним із найпоширеніших способів його використання є **допомога учням у розв'язанні математичних задач**. Мобільні додатки, що використовують ШІ, такі як Photomath, Microsoft Math Solver, Symbolab, а також мовні моделі на зразок ChatGPT, виконують не лише обчислення, а й надають детальні покрокові пояснення. Це дозволяє учневі краще зрозуміти структуру математичного алгоритму, логіку переходу між етапами розв'язання та сутність застосованих понять.

Як зазначають Головко М. В. та Чумак О. Л. [4], такі програми істотно змінюють підхід до засвоєння складного навчального матеріалу, адже не просто пропонують кінцеву відповідь, а й пояснюють кожен крок у розв'язанні. Це робить навчання більш прозорим і доступним, особливо для тих учнів, які відчувають труднощі при традиційному поясненні вчителя. Багато додатків мають функцію виявлення помилок у розв'язках, що також сприяє розвитку навичок самоконтролю та самоперевірки.

Ще однією важливою перевагою є можливість побачити **альтернативні способи розв'язання задачі**, що розвиває гнучкість мислення та дозволяє краще

засвоїти принципи побудови математичних моделей. Це особливо корисно для учнів профільних класів, де часто розглядаються задачі підвищеної складності, що мають кілька підходів до розв’язання. Учні вчаться аналізувати та зіставляти методи, обирати найбільш ефективний, а також творчо застосовувати здобуті знання в нових ситуаціях.

Окрім того, такі інструменти формують навички самонавчання, адже дозволяють учню самостійно розібратися з проблемною темою без негайної допомоги вчителя. Можливість отримувати швидкий зворотний зв’язок, адаптований до індивідуального стилю навчання, сприяє підвищенню мотивації та впевненості у власних силах. Як підкреслюють автори, ШІ-додатки відкривають нові горизонти в персоналізації навчання, що є особливо актуальним у контексті цифровізації освіти та зростання потреби в індивідуальному підході до кожного учня.

Одним із найефективніших інструментів з візуалізації об’єктів у геометрії є програми GeoGebra та Desmos, які підтримують елементи штучного інтелекту та дозволяють учням досліджувати математичні об’єкти у динаміці. Застосування таких програм в старшій школі істотно полегшує сприйняття складних тем, що традиційно викликають труднощі в учнів, зокрема – похідних, інтегралів, границь, об’ємів тіл обертання тощо.

Як зазначає Н. О. Грицай, використання візуалізації у процесі навчання математики дає змогу не просто показати результат, а побудувати процес логічного мислення учня [5]. За допомогою GeoGebra, наприклад, можна створювати динамічні моделі функцій, змінювати параметри рівнянь у реальному часі, спостерігати, як це впливає на графік, а також будувати тривимірні зображення тіл, які інакше складно уявити. Це дозволяє учням перейти від абстрактного до конкретного.

Візуалізація сприяє формуванню глибшого розуміння математичних концепцій, адже дозволяє залучити зорову пам’ять та просторове мислення. Учні можуть бачити, як функція змінюється в залежності від аргументу, як площа під графіком утворює визначений інтеграл, або як обертання фігури навколо осі

формує тривимірне тіло. Такі практики значно розширюють уявлення учнів про математичну реальність та допомагають закріпити теоретичні знання через інтерактивний досвід. Окрім того, ШІ у зазначених програмах дозволяє автоматично розпізнавати введені формули, знаходити типові помилки, генерувати варіанти побудови графіків або моделей, що ще більше персоналізує процес навчання.

Сучасні ШІ-системи дозволяють виявляти типові помилки учнів, аналізувати їхній прогрес у реальному часі та формувати детальні звіти для вчителів. Це дає змогу оперативно коригувати навчальні плани та методику викладання [17].

У старшій школі особливого значення набуває підготовка учнів до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО), а нині – національного мультипредметного тесту (НМТ). Це один із ключових етапів освітнього процесу, від якого залежить подальше навчання учнів у вищих навчальних закладах. У цьому контексті використання штучного інтелекту відкриває нові можливості для більш ефективної, персоналізованої та цілеспрямованої підготовки.

Також ШІ допомагає розвивати навички тайм-менеджменту, необхідні для успішного проходження тестування. Учні можуть тренуватися в умовах, максимально наближених до реального іспиту: обмеження в часі, автоматична перевірка результатів, статистика виконання. Це дозволяє не лише відпрацювати навички розв’язування задач, а й звикнути до формату ЗНО/НМТ, уникнувши стресу під час справжнього тесту.

Ще однією важливою перевагою є миттєвий зворотний зв’язок, який надають системи на базі ШІ. Наприклад, при виконанні тестового завдання учень одразу отримує пояснення до своєї помилки, бачить правильний розв’язок і може розібратися у результатах відповідей.

Використання ШІ у навчанні математики в старшій школі має численні переваги, але водночас супроводжується певними ризиками та недоліками (Додаток В), які важливо враховувати під час впровадження таких технологій в

освітній процес. Однією з ключових **переваг** є можливість **індивідуалізації навчання**. ШІ здатний адаптувати зміст і темп засвоєння матеріалу до особистих потреб учня, що особливо актуально в умовах різного рівня підготовки учнів у старших класах. Також значною перевагою є **миттєвий зворотний зв'язок** – учні мають змогу одразу побачити помилку у розв'язанні, отримати пояснення і виправити її, що сприяє глибшому розумінню математичних алгоритмів та формує навички самонавчання.

Крім того, ШІ-інструменти дають **доступ до візуалізацій, анімацій, тривимірних моделей**, що значно полегшує сприйняття абстрактних тем – таких як похідна, границя, інтеграл або площі тіл обертання. Завдяки цьому складні математичні поняття стають більш наочними й ближчими до розуміння. ШІ також відіграє важливу роль у **підготовці до ЗНО/НМТ**. Учні можуть проходити персоналізовані тести, отримувати пояснення до своїх помилок, тренувати тайм-менеджмент і працювати над слабкими місцями, що значно підвищує ефективність підготовки до іспитів. Крім того, використання інноваційних платформ та інтерактивних рішень сприяє **зростанню мотивації учнів** до вивчення предмету завдяки гейміфікації та зворотному зв'язку.

Втім, використання ШІ не позбавлене **ризиків**. Однією з головних проблем є **академічна нечесність** – учні можуть використовувати такі інструменти як Photomath або ChatGPT не для навчання, а лише для отримання готових відповідей, уникаючи самостійного мислення. Надмірна автоматизація навчального процесу також несе загрозу **зменшення ролі вчителя**, який забезпечує не лише передавання знань, але й емоційно-педагогічну підтримку. Ще одним викликом є **цифрова нерівність** – не всі учні мають рівний доступ до сучасних пристроїв або стабільного інтернету, що може призвести до поглиблення освітніх розривів. До того ж, учні можуть **перевантажуватись інформацією**, не маючи змоги розрізнити головне від другорядного без участі наставника. Нарешті, мовні моделі та автоматизовані системи іноді надають **некоректні або неточні пояснення**, що вимагає обов'язкового контролю з боку педагога.

Отже, використання ШІ у навчанні математики в старшій школі – це важливий напрям інноваційного розвитку освіти, який за умови грамотної реалізації сприяє підвищенню якості знань, розвитку мислення та самостійності учнів. Нарешті, ефективне впровадження ШІ в навчальний процес потребує фахової підготовки вчителів. Вони мають вміти інтегрувати технології у педагогічний процес, критично оцінювати їхній вплив, формувати в учнів інформаційну та математичну грамотність.

Висновок до розділу 1.

Перший розділ роботи присвячений теоретичному аналізу сутності штучного інтелекту, його ключових понять, класифікації технологій та сучасного стану розвитку як у світі, так і в Україні, з особливим акцентом на освітню сферу. Розглянуті дефініції «інтелекту», «штучного інтелекту» та «інтелектуальної задачі» дають змогу глибше зрозуміти природу інтелектуальних процесів та їх моделювання у технічних системах. Окремо проаналізовано еволюцію ШІ – від ідей XIX століття до сучасних комплексних інтелектуальних платформ, здатних забезпечувати адаптивне навчання та аналітику даних.

Визначено, що технології штучного інтелекту, зокрема інтелектуальні навчальні системи, чат-боти, автоматизоване оцінювання та аналітика навчальних даних, мають значний потенціал для підвищення ефективності викладання та персоналізації освітнього процесу. Наведені приклади використання ШІ у навчанні математики демонструють можливості створення індивідуальних траєкторій, інтерактивного подання матеріалу та оперативного зворотного зв’язку для здобувачів освіти.

Також наведено приклади конкретних платформ і програм, зокрема Cognitive Tutor, Google Classroom, Gradescope, ChatGPT, які можуть ефективно використовуватися для викладання алгебри, геометрії та інших математичних дисциплін. Їх впровадження дозволяє підвищити рівень зацікавленості учнів,

зробити процес навчання більш інтерактивним і гнучким, а також оптимізувати роботу викладача.

Отже, обґрунтування науково-методологічної основи для подальшого дослідження конкретних інструментів і методів впровадження ШІ у навчальний процес, націлює на доцільність використання інноваційних технологій у викладанні математичних дисциплін та формує підґрунтя для розробки практичних рекомендацій у наступних розділах роботи.

РОЗДІЛ 2. АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ, ЯКІ ЗАСТОСОВУЮТЬСЯ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

2.1. Інтелектуальні навчальні системи.

Інтелектуальні навчальні системи (Intelligent Tutoring Systems, ITS) – це сучасні програмні комплекси, які моделюють індивідуальну роботу вчителя з учнем, застосовуючи методи штучного інтелекту для адаптації навчального процесу під рівень підготовки, стиль навчання та темп засвоєння матеріалу. На відміну від звичайних електронних підручників чи тестових програм, ITS постійно аналізує відповіді користувача, діагностує його сильні та слабкі сторони та у режимі реального часу коригує траєкторію навчання.

Згідно з дослідженнями професора університету штату Арізона Курта ВанЛена [39], інтелектуальні навчальні системи підвищують ефективність навчання математики на 15-25% у порівнянні з традиційними методами.

Основними компонентами таких систем є:

Модуль предметних знань – структурована база знань із теми, що вивчається (формули, алгоритми розв’язання задач, приклади).

Модель учня – набір даних про рівень знань, допущені помилки, темп роботи.

Педагогічний модуль – алгоритми вибору завдань, підказок і пояснень залежно від дій користувача.

Інтерфейс користувача – зручна система взаємодії, часто з інтерактивними візуалізаціями, відео та графікою.

Розглянемо платформу **Cognitive Tutor** побудована на моделі адаптивного навчання, що застосовує штучний інтелект для персоналізації освітнього процесу. Її ефективність особливо помітна під час вивчення алгебри та геометрії завдяки інтерактивному підходу до розв’язання задач і формуванню глибокого розуміння ключових математичних концепцій.

У процесі навчання з використанням Cognitive Tutor основний акцент робиться на індивідуальному підході до кожного учня, з урахуванням його темпу та стилю засвоєння матеріалу; використанні реальних контекстів, коли

математичні поняття (лінійні рівняння, властивості фігур, тригонометричні залежності) пояснюються через практичні приклади з повсякденного життя та інших галузей; система дає змогу без ризику експериментувати, аналізувати неправильні рішення та знаходити оптимальні стратегії розв’язання; інтерактивних симуляціях і візуалізаціях (наприклад, побудова графіків функцій у реальному часі, дослідження впливу зміни коефіцієнтів у рівняннях, моделювання геометричних перетворень); моделюванні процесів (наприклад, як рух точки по графіку функції, трансформації трикутників, побудова перерізів об’ємних тіл); зв’язку теорії та практики (наприклад, застосування теореми Піфагора для розрахунку відстаней у плануванні місцевості чи використання систем рівнянь для розв’язання задач); розв’язанні складних задач шляхом поділу їх на підзадачі, що допомагає учням опановувати стратегічний підхід до пошуку рішень.

Використання Cognitive Tutor у навчанні алгебри та геометрії забезпечує поетапне опрацювання тем різної складності, надає миттєвий зворотний зв’язок і дає змогу самостійно опрацьовувати матеріал без постійної підтримки викладача. Таким чином, платформа є дієвим інструментом для розвитку логічного мислення та формування глибоких знань у галузі шкільної й університетської математики. Проте, недоліком цієї платформи є те, що безкоштовної версії немає, проте окремі демо-матеріали доступні на офіційному сайті.

Платформа **ASSISTments** [21] – це безкоштовна онлайн-платформа для підтримки навчання математики, розроблена спеціально для вчителів та учнів середньої й старшої школи. Її головна мета – поєднати автоматизовану перевірку завдань із якісним формувальним зворотним зв’язком, що допомагає учням краще засвоювати матеріал та уникати повторення тих самих помилок.

При використанні у старшій школі ASSISTments дає можливість учням виконувати домашні чи класні завдання онлайн, отримуючи миттєві підказки та пояснення після кожної відповіді. Це особливо ефективно у вивченні алгебри,

геометрії, тригонометрії та підготовці до стандартизованих іспитів, оскільки учні не лише бачать, що помилилися, а й розуміють чому.

Для вчителів платформа пропонує розширені інструменти аналітики: можна відстежувати успішність усього класу та кожного учня окремо, бачити, на яких саме завданнях виникають труднощі, і відповідно коригувати уроки. Це дає змогу будувати персоналізовані траєкторії навчання, адаптовані під сильні та слабкі сторони школярів.

Додатково ASSISTments інтегрується з популярними навчальними ресурсами (наприклад, Open Up Resources та Illustrative Mathematics), що дозволяє використовувати готові комплекти завдань, адаптовані під шкільні програми.

У процесі вивчення математики у старшій школі платформа особливо корисна для закріплення теоретичних знань через практику з миттєвим зворотним зв'язком; підготовки до контрольних робіт та іспитів у форматі, наближеному до реального тестування; формування навичок самостійного пошуку помилок та виправлення розв'язків; підтримки змішаного та дистанційного навчання, коли учні можуть працювати з будь-якого пристрою.

Таким чином, ASSISTments – це інструмент, що допомагає старшокласникам не просто виконувати математичні завдання, а вчитись на власних помилках, отримуючи від цього максимальну користь, а вчителям – ефективно управляти навчальним процесом і підвищувати результати класу.

Робота з платформою починається із реєстрації на сайті assistments.org, після чого користувач переходить у Content Library та обирає потрібний рівень, наприклад High School → Algebra 2 чи Geometry. Там можна знайти готові завдання або створити власні за допомогою конструктора The Builder.

Для учнів 10–11 класів ASSISTments пропонує широкий спектр завдань, наприклад:

1. **Квадратичні рівняння**
   - *Модуль:* Algebra 2 → Solving Quadratics
   - *Завдання:* Розв'яжіть $x^2 - 5x + 6 = 0$

У пошуку ввести «Quadratic equation» та вибрати «Practice Problems»

2. **Графіки функцій**

- *Модуль:* Algebra II → Graphing Rational Functions
- *Завдання:* Визначте асимптоти та побудуйте графік $y = \frac{1}{x-2}$

Скористатися режимом у пошуку «Rational Functions»

3. **Логарифми**

- *Модуль:* Algebra II → Exponents & Logarithms
- *Завдання:* Розв'яжіть $log_2(x + 1) = 3$

Пошук у «Logarithm equation».

4. **Об'єм фігур**

- *Модуль:* Geometry → Volume of Solids
- *Завдання:* Обчисліть об'єм конуса $r = 4$ см, $h = 9$ см

Вибрати режим «Volume cone»

5. **Тригонометрія**

- *Модуль:* Geometry → Trigonometry
- *Завдання:* $sin\ 120°$ та $cos\ 120°$

Для обчислення доцільно використати режим «Trigonometric values»

6. **Площа трикутника**

- *Модуль:* Geometry → Areas & Perimeters
- *Завдання:* Знайдіть площу за основою 12 см і висотою 7 см

Для обчислення доцільно використати режим «Triangle area»

7. **Система рівнянь**

- *Модуль:* Algebra 2 → Systems of Equations
- *Завдання:* $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$

Скористатися режимом у пошуку «Systems of equations»

8. **Абсолютні значення**

- *Модуль:* Algebra II → Absolute Value Functions
- *Завдання:* Побудуйте графік $y = | x - 2 | + 3$

Для обчислення доцільно використати режим «Absolute value»

9. **Теорема Піфагора**

- *Модуль:* Geometry → Right Triangles
- *Завдання:* Згідно з теоремою Піфагора знайдіть гіпотенузу квадрата зі сторонами 3 см і 4 см

Скористатися режимом у пошуку «Pythagorean theorem»

10. **Похідні (підготовка до Pre-Calculus)**

- *Модуль:* Algebra II / Pre-Calculus → Derivatives
- *Завдання:* Обчисліть похідну $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4x$

Вибрати режим «Derivative polynomial»

Ще одним прикладом інтелектуальної навчальної системи є **ALEKS** (Assessment and Learning in Knowledge Spaces). Це адаптивна навчальна платформа, розроблена для індивідуалізованого вивчення математики та суміжних дисциплін на основі теорії просторів знань (Knowledge Space Theory). Платформа поєднує діагностику знань учня, побудову його індивідуального профілю та автоматичне формування персональної траєкторії навчання. Основою роботи ALEKS є початкове адаптивне тестування, під час якого система визначає, які теми учень уже засвоїв, а які потребують вивчення. Далі формується «пиріг знань» (knowledge pie), де візуально відображається прогрес засвоєння матеріалу.

Використання платформи у старшій школі особливо ефективне для вивчення алгебри, геометрії, алгебри, тригонометрії, статистики та підготовки до стандартизованих тестів. Учень працює у власному темпі, виконуючи завдання, що підбираються системою залежно від рівня підготовки та успішності. ALEKS не просто перевіряє правильність відповіді, а забезпечує концептуальне розуміння: якщо учень не може розв’язати задачу, система пропонує покрокове пояснення та подібні приклади для тренування.

Для вчителів ALEKS надає розширену аналітику: звіти про прогрес кожного учня, статистику помилок, час, витрачений на роботу, а також інструменти для планування уроків і домашніх завдань. Це дозволяє швидко виявляти прогалини у знаннях та адресно коригувати навчання.

Універсальність платформи забезпечується підтримкою різних навчальних курсів, інтеграцією з електронними підручниками та можливістю дистанційного доступу з будь-якого пристрою. Дослідження показують, що використання ALEKS підвищує академічну успішність та сприяє глибшому засвоєнню навчального матеріалу завдяки індивідуалізованому підходу [23].

Таким чином, ALEKS можна охарактеризувати як потужний інструмент адаптивного навчання, який поєднує діагностику, персоналізацію та автоматичне формування навчального маршруту, забезпечуючи ефективне вивчення математики у старшій школі та закладах вищої освіти.

Приклади завдань та порядок їх виконання можна переглянути у додатку Г.

Таким чином, інтелектуальні навчальні системи (ITS), такі як Cognitive Tutor, ASSISTments та ALEKS, демонструють значний потенціал у підвищенні ефективності навчання математики в старшій школі. Їх спільною рисою є використання алгоритмів штучного інтелекту для індивідуалізації освітнього процесу, проте кожна з них має власні унікальні особливості та сценарії застосування.

Комплексне використання таких інструментів дозволяє поєднати переваги індивідуалізованого навчання, миттєвого зворотного зв’язку та інтерактивної візуалізації, створюючи умови для формування глибокого розуміння математичних понять і розвитку логічного мислення. Для українських шкіл це відкриває можливість модернізувати процес викладання математики, підвищити його гнучкість і доступність, а також краще підготувати учнів до викликів сучасної освіти та майбутньої професійної діяльності.

2.2. Адаптивні платформи для вивчення математики.

Популярною адаптивною навчальною платформою в Україні є **Khanmigo** (Додаток Д). Це ШІ віртуальний репетитор, розроблений освітньою платформою Khan Academy (Академія Хана) [30] у партнерстві з OpenAI. Він призначений для персоналізованої підтримки учнів під час вивчення різних предметів, зокрема математики, і особливо ефективний у старшій школі. На відміну від

звичайних автоматизованих навчальних інструментів, Khanmigo не просто дає готову відповідь, а навчає мислити, допомагає крок за кроком знаходити розв'язання та пояснює, чому саме такий підхід є правильним.

Платформа інтегрована в екосистему Khan Academy, тому вона може використовувати вже наявні уроки, вправи та тести, але доповнює їх інтерактивним діалогом між учнем і «репетитором». Під час роботи з математикою у старшій школі Khanmigo учитель може:

- ✓ розбивати складні задачі з алгебри, геометрії, тригонометрії чи математичного аналізу на простіші кроки;
- ✓ пропонувати підказки замість готових відповідей, стимулюючи критичне мислення;
- ✓ пояснювати різними способами ту саму тему (наприклад, через графіки, приклади з життя чи аналогії);
- ✓ пропонувати додаткові завдання для закріплення матеріалу на різних рівнях складності;
- ✓ надавати миттєвий зворотний зв'язок і вказувати на помилки в розв'язанні.

Для старшокласників особливо корисною є функція адаптивного підходу: Khanmigo аналізує рівень знань учня та коригує складність завдань відповідно до його прогресу. Це дозволяє учневі рухатися індивідуальною траєкторією та ефективніше готуватися до іспитів, таких як ЗНО/НМТ, SAT чи ACT.

Розглянемо приклади розв'язування завдань із використанням Khan Academy.

Тема: Нерівності.

$$| 2x - 3 | > \sqrt{x + 1}$$

Де шукати в Khan Academy: Algebra 2 → Equations & inequalities → «Absolute value equations & inequalities»; також уроки з «Radical equations/inequalities».

У Scratchpad запишіть область допустимих значень: $x \geq -1$

Розбийте на випадки (Khan Academy це демонструє в підказках до модульних нерівностей):

$$\text{Якщо } x \geq 1.5, \text{то } \mid 2x-3 \mid = 2x-3. \text{Отримаєте } 2x-3 > x+1$$

$$\text{Якщо } x < 1.5, \text{то } \mid 2x-3 \mid = 3-2x. \text{Отримаєте } 3-2x > x+1.$$

У кожному випадку обидві частини ≥ 0, тож піднесіть до квадрату нерівність $4x^2 - 13x + 8 > 0$

Перевірте з обмеженням випадку та область допустимих значень.

Введення в Khan Academy: зазвичай приймає або об'єднання інтервалів, або умови типу $x < a \; OR \; x > b$ – дивіться підказку над полем відповіді.

Тема. Система рівнянь.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Де шукати в Khan Academy: Algebra 2 → Systems of equations → «Systems of non-linear equations».

Виразіть у з другої рівності: $y = x - 1$.

Підставте в перше рівняння: $x^2 + (x-1)^2 = 25 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0$

Знайдіть $x = \{4, -3\}$, тоді $y = \{3, -4\}$

Введення: Khan Academy зазвичай просить обидві пари – введіть як «(4,3),(−3,−4)» або послідовно дві відповіді (див. формат у полі вводу).

Тема. Логарифм.

$$log_x 9 = 1 + log_3 x$$

Де шукати в Khan Academy: Algebra 2 → Exponents & logarithms → «Solve logarithmic equations», «Change of base».

У підказках KA часто радить зробити заміну: $a = log_3 x \Rightarrow x = 3^a x$

Запишіть $log_x 9 = \frac{2}{a}$ (через формулу зміни основи).

Рівняння: $\frac{2}{a} = 1 + a \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow a \in \{1, -2\}$

$$x = 3^a \Rightarrow x \in \{3, \frac{1}{9}\}.$$

Введення: два значення (у Khan Academy – через кому або окремими полями).

Таким чином, Khanmigo – це сучасний інструмент для вивчення математики у старшій школі, який поєднує в собі переваги інтелектуального репетитора та інтерактивної навчальної платформи, сприяючи глибшому розумінню та розвитку аналітичного мислення.

Microsoft Math Solver [33] – це безкоштовна платформа та мобільний додаток від компанії Microsoft, призначені для розв’язування широкого спектра математичних завдань, від базової арифметики до складної алгебри, геометрії, тригонометрії та вищої математики. Інструмент використовує алгоритми штучного інтелекту для автоматичного розпізнавання задач, введених вручну, сфотографованих або надрукованих.

Для старшої школи Microsoft Math Solver є ефективним помічником у вивченні алгебри, геометрії, аналізу та тригонометрії. Учень може ввести рівняння (наприклад, квадратне, показникове, логарифмічне), побудувати графік функції або розв’язати задачу з геометрії, а система надасть покрокове пояснення розв’язання. Це дозволяє не лише отримати правильну відповідь, а й зрозуміти логіку виконання кожного кроку.

Використання на уроках математики може включати:

Самостійне тренування – учні розв’язують завдання, а програма миттєво перевіряє результат і пропонує пояснення.

Індивідуалізоване навчання – учень може працювати у власному темпі, повторюючи складні теми.

Візуалізацію матеріалу – графіки, схеми та побудови допомагають краще засвоювати абстрактні поняття.

Підготовку до ЗНО/НМТ – завдяки тренуванням із прикладами завдань шкільної програми.

Особливістю Microsoft Math Solver є підтримка української мови інтерфейсу, робота як у вебверсії, так і в мобільному застосунку, інтеграція з OneNote і можливість зберігати приклади для подальшого повторення.

Цей інструмент у старшій школі може виконувати роль як додаткового «електронного репетитора», так і помічника для вчителя під час пояснення нових тем або перевірки домашніх завдань.

GeoGebra – це міжнародна безкоштовна динамічна математична платформа, яка поєднує в собі інструменти для вивчення алгебри, геометрії, математичного аналізу, статистики та ймовірності. Її створив австрійський математик Маркус Хоенвартер у 2001 році, і з того часу вона стала однією з найпопулярніших освітніх програм у світі. Сьогодні GeoGebra використовується мільйонами учнів та вчителів у понад 190 країнах, зокрема й в Україні, адже інтерфейс доступний українською мовою.

Основна перевага GeoGebra полягає у поєднанні числових, алгебраїчних і графічних уявлень про математичні об’єкти в одному середовищі. Це означає, що будь-яка дія з об’єктом (наприклад, побудова функції чи геометричної фігури) відображається одночасно в кількох формах: графічній, алгебраїчній і табличній. Такий підхід розвиває в учнів уміння бачити взаємозв’язки між різними математичними представленнями та краще розуміти абстрактні поняття.

GeoGebra є особливо корисною у навчанні геометрії та алгебри у старшій школі. Наприклад, учні можуть досліджувати властивості трикутників, багатокутників, кола чи просторових тіл у режимі динамічних моделей: змінюючи довжини сторін або кути, вони відразу бачать, як це впливає на всю фігуру. В алгебрі та аналізі можна будувати графіки функцій, досліджувати їх поведінку, знаходити похідні та інтеграли, працювати з рівняннями і системами рівнянь. Крім того, GeoGebra підтримує статистичний аналіз: побудову діаграм, гістограм, регресійних моделей, що робить її корисною також у курсах прикладної математики та економіки.

Для вчителів GeoGebra пропонує готові матеріали й інтерактивні симуляції у бібліотеці GeoGebra Classroom, де можна створювати власні завдання та проводити дистанційне чи змішане навчання. Учні отримують миттєвий зворотний зв’язок, а викладачі можуть відстежувати їх прогрес у реальному часі.

Приклади завдань та порядок їх виконання у GeoGebra

Завдання 1. Побудувати еліпс як множину точок з сталою сумою відстаней до двох фокусів і перевірити цю властивість вимірюваннями.

Кроки:

1. Відкрийте Geometry → Point і поставте дві точки F_1 та F_2 (фокуси).

2. Створіть повзунок (*Slider*) c (тип: число, напр. $c \in [4,12]$, крок 0.1). Це буде половина сталої суми відстаней, тому повна сума 2c має бути більшою за відстань F_1 та F_2.

3. Побудуйте коло з центром у F_1 радіуса c: введіть у полі вводу: Circle(F1, c) (або інструмент Circle with Center & Radius).

4. Побудуйте коло з центром у F_2 радіуса $2c - d$, де d=Distance(F1,F2). Створіть у полі вводу залежну змінну: d = Distance(F1, F2) потім коло: Circle(F2, 2c - d) (умова: $2c > d$, тож рухайте повзунок, доки це виконується).

5. Оберіть Intersect і побудуйте точки перетину двох кіл – це точки еліпса для поточного c.

6. Щоб одержати лінійку (locus) всіх таких точок при зміні ссс, замініть константу на керований радіус:

   - Створіть інший повзунок $t \in [0,1]$.
   - Введіть: r1 = d/2 + t, r2 = d/2 + (1 - t) і будуйте кола Circle (F1, r1), Circle (F2, r2).
   - Перетин кіл дає точки еліпса. Тепер оберіть Locus і вкажіть точку-перетин та повзунок t.

7. Перевірка властивості: Distance виміряйте F_1P і F_2P для точки P на еліпсі, додайте Dynamic Text: Text("F1P + F2P = " + (Distance(F1,P) + Distance(F2,P))). Перетягніть P – сума лишається сталою.

Що дослідити: рухайте фокуси й повзунок c, спостерігайте, як змінюються форма та ексцентриситет.

Завдання 2. Дослідити, як параметри a, b, c впливають на корені $ax^2 + bx + c = 0$ і графік $y = ax^2 + bx + c$ візуалізувати $D = b^2 - 4ac$.

Кроки:

1. Створіть три повзунки:

- $a \in [-3,3] \setminus \{0\}$ (задайте крок 0.1 і при потребі поставте $a \neq 0$ вручну);
- $b \in [-10,10]$;
- $c \in [-10,10]$.

2. У полі вводу запишіть функцію: $f(x) = a * x\text{^}2 + b * x + c$.
3. Обчисліть дискримінант: $D = b\text{^}2 - 4 * a * c$.
4. Знайдіть корені (коли $D \geq 0$):

$$x_1 = If(D >= 0, (-b - sqrt(D))/(2 * a))$$
$$x_2 = If(D >= 0, (-b + sqrt(D))/(2 * a))$$

Створіть точки перетину з віссю Ox:

$$A = (x_1, 0)$$
$$B = (x_2, 0)$$

5. Додайте умовне відображення міток: у властивостях точок A, B → Advanced → Condition to show object: $D >= 0$.
6. Додайте Dynamic Text:
   - $Text("D = " + D, (1,5))$
   - $Text("Roots: x1 = " + x1 + ", x2 = " + x2, (1,4))$
7. Рухайте повзунки a, b, c та спостерігайте, як змінюються корені та графік.

Що дослідити: перехід через $D = 0$ (подвійний корінь), знак a (вгору/вниз), роль b, c.

Завдання 3. Знайти максимальну площу прямокутника з основою на осі Ox, верхньою стороною на графіку $y = -x^2 + 6x$ (права вершина в точці x∈(0,6)x\in(0,6)x∈(0,6)).

Додаток: *Graphing* (за бажанням – *CAS* для похідної).

Кроки:

1. Уведіть функцію: $f(x) = -x^2 + 6x$. Вона перетинає вісь Ox у $x = 0$ і $x = 6$.

2. Створіть повзунок $t \in (0,6)$ – це координата правої вершини прямокутника по осі x.

3. Створіть точки прямокутника:

$$P = (0,0)$$
$$Q = (t,0)$$
$$R = (t, f(t))$$
$$S = (0, f(t))$$

З'єднайте Segment $P-Q-R-S-P$ (або полігон): $Rect = Polygon(P,Q,R,S)$.

4. Площа прямокутника: $A = Area(Rect)$ Додайте динамічний текст $Text("Area = " + A, (1,2))$.

5. Знайдіть максимум геометрично: Extremum від виразу площі як функції t.

- В полі вводу задайте: $A(t) = t * f(t)$.
- Викличте: $Extremum(A)$. GeoGebra поверне абсцису максимуму $t^* = 2$.
- Для точного аналітичного рішення (через похідну) у CAS введіть: $A(t) := t * (-t\text{^}2 + 6t) \rightarrow Derivative(A(t)) \rightarrow$ розв'яжіть $= 0$.

6. Встановіть повзунок $t = 2$ і переконайтесь, що площа найбільша.

Що дослідити: як зміниться результат, якщо параболу зрушити/розтягнути (змінити коефіцієнти).

Таким чином, GeoGebra – це не просто математичний калькулятор чи програма для побудови графіків, а цілісне інтерактивне середовище для дослідження, навчання та викладання математики, яке поєднує гнучкість, наочність та доступність. Її застосування в українських школах і університетах дає можливість не лише зробити уроки більш цікавими, а й сприяти розвитку критичного та аналітичного мислення учнів.

Інтелектуальні навчальні системи та адаптивні платформи мають як свої переваги, так і недоліки, тому постає питання: що обрати для навчання – щось одне чи краще поєднувати обидва підходи.

Інтелектуальні навчальні системи відзначаються високим рівнем персоналізації. Вони підлаштовуються під стиль мислення учня, пропонують покрокові пояснення, дають підказки та аналізують типові помилки, що дозволяє будувати індивідуальні траєкторії навчання. Їхня головна перевага полягає в тому, що вони здатні імітувати роботу викладача та забезпечувати глибоке розуміння матеріалу. Водночас такі системи є дорогими у розробці, вимагають значних технічних ресурсів і не завжди легко масштабуються на велику кількість учнів. До того ж вони іноді можуть перевантажувати школярів, особливо якщо рівень підготовки занадто низький.

Адаптивні платформи, на відміну від цього, більш доступні й прості у використанні. Вони добре підходять для великих груп учнів, адже дозволяють ефективно відпрацьовувати навички та контролювати прогрес. Учень бачить свій розвиток у вигляді графіків чи діаграм, що мотивує продовжувати навчання. Такі системи часто дешевші або навіть безкоштовні, як, наприклад, Khan Academy. Проте їхнім недоліком є обмеженість у поясненнях: зазвичай вони показують правильну відповідь без детального розбору, а також орієнтуються більше на тренування, ніж на розвиток критичного мислення.

Якщо обирати лише одну систему, то в будь-якому випадку учень отримає неповний результат: тільки інтелектуальна система дасть глибину, але бракуватиме достатньої кількості практики, тоді як лише адаптивна платформа забезпечить вправність, але не завжди пояснить «чому саме так». Тому найбільш ефективним рішенням є комплексне використання обох підходів. Інтелектуальні системи варто застосовувати для засвоєння нових тем, розбору складних задач та покрокового пояснення, тоді як адаптивні платформи – для регулярної практики, закріплення матеріалу та самоконтролю.

Таким чином, поєднання інтелектуальних систем і адаптивних платформ дозволяє досягти оптимального результату: учень отримує як глибоке розуміння теорії, так і достатню кількість практики для впевненого застосування знань.

2.3. Можливості генеративного ШІ (ChatGPT) для пояснення, перевірки розв’язань та створення завдань.

GPT (Generative Pre-trained Transformer) – це сучасна модель штучного інтелекту, розроблена компанією OpenAI. Першу версію GPT було створено у 2018 році, а вже наступні покоління – GPT-2 (2019), GPT-3 (2020), GPT-4 (2023) та GPT-5 (2025) – значно розширили можливості цієї технології. Основна ідея GPT полягає у використанні нейронної мережі, навченої на величезних обсягах текстів, що дозволяє їй генерувати зв’язний текст, відповідати на запитання, пояснювати складні теми та навіть створювати нові завдання.

У шкільній освіті, зокрема на уроках математики, GPT може стати потужним помічником. Його можна використовувати для пояснення нового матеріалу у різних формах: від простих покрокових роз’яснень до складного доведення. Учні можуть задавати уточнюючі запитання і отримувати пояснення зрозумілою мовою, адаптованою під їхній рівень. Крім того, GPT здатен перевіряти правильність розв’язків: школяр розв’язує задачу самостійно, а потім отримує від штучного інтелекту аналіз своїх кроків, виявлення помилок та підказки для виправлення.

Важливою можливістю є створення індивідуальних завдань. GPT може автоматично генерувати приклади різної складності – від базових вправ для закріплення теми до задач підвищеного рівня, які вимагають логічних міркувань і творчого підходу. Учитель може використовувати модель для підготовки контрольних робіт, варіативних домашніх завдань чи підсумкових тестів, а учні – для тренування та самоперевірки.

Таким чином, GPT у навчанні математики виконує одразу кілька функцій: він може бути вчителем, який пояснює матеріал; репетитором, що підлаштовується під потреби учня; тренажером, який генерує вправи; та екзаменатором, що перевіряє й аналізує відповіді. Використання такого інструмента допомагає зробити навчання більш індивідуалізованим, інтерактивним і ефективним.

Генеративний штучний інтелект, зокрема GPT, відкриває широкі можливості для організації сучасних уроків математики у старших класах. Його можна застосовувати на різних етапах навчання – від пояснення нового матеріалу до контролю знань. Однією з ключових переваг є те, що GPT здатен пояснювати одну і ту ж тему кількома способами, що особливо корисно для учнів із різним рівнем підготовки. Наприклад, під час вивчення теми «Квадратні рівняння» модель може продемонструвати розв'язання через формулу дискримінанта, через розкладання на множники або за допомогою графічного методу, що дозволяє кожному школяреві обрати той шлях, який є найбільш зрозумілим.

Ще однією важливою функцією GPT є можливість **організовувати тренування учнів.** Наприклад, після вивчення «Логарифмічних рівнянь» учень може попросити систему згенерувати кілька нових завдань середньої складності. Це дозволяє практикуватися без необхідності чекати, поки вчитель надасть додаткові приклади. При цьому GPT не лише створює задачі, а й може поступово підказувати, як рухатися до розв'язку, або перевіряти правильність уже виконаних дій.

Важливою перевагою є також **аналіз помилок**. Якщо учень зробив неточність у розв'язанні, GPT може пояснити, на якому кроці відбулося відхилення від правильного алгоритму, і показати оптимальний спосіб виправлення. Це сприяє розвитку навички самоконтролю та самостійного мислення.

Учителі також можуть використовувати GPT для **створення індивідуальних завдань.** Наприклад, під час підготовки контрольної роботи або домашнього завдання з теми «Тригонометричні рівняння» модель здатна згенерувати унікальні варіанти прикладів для кожного учня. Це значно зменшує ризик списування та підвищує рівень індивідуалізації навчання.

Не менш ефективним є застосування GPT у **групових формах роботи**. Клас можна розділити на кілька команд і дати кожній свій набір задач, підготовлений моделлю. Потім учні презентують свої рішення та порівнюють різні методи.

Такий формат не лише тренує математичні навички, а й розвиває вміння працювати в команді, аргументувати власну позицію й аналізувати альтернативні підходи.

Ще одна корисна сфера застосування – **підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання або національного мультипредметного тесту**. GPT може створювати завдання у форматі ЗНО/НМТ, як із вибором правильної відповіді, так і з відкритою формою. Учень отримує не просто результат, а й пояснення до кожного завдання, що дозволяє розібратися в логіці розв'язання.

Нарешті, GPT можна використовувати для проведення інтерактивних уроків у форматі «питання–відповідь». Учні ставлять моделі запитання з теми, яка вивчається, а вона пояснює матеріал різними підходами – від сухої математичної теорії до наочних життєвих прикладів. Це робить урок динамічним, живим і значно підвищує зацікавленість школярів.

Таким чином, GPT у математиці можна застосовувати комплексно: як асистента для пояснення, як тренажер для практики, як перевіряльника для аналізу помилок, як генератор індивідуальних та контрольних завдань і як інструмент для групових та інтерактивних занять. Усі ці функції роблять його ефективним доповненням до традиційних методів навчання й дозволяють організувати більш індивідуалізований та гнучкий освітній процес.

Розглянемо декілька завдань, які може згенерувати GPT (з розв'язками). У GPT чаті можна зробити запит на генерування будь якої складності завдання.

1. Алгебра. Рівняння з параметром

Розв'яжіть рівняння $(a-2)x^2+4x+a=0$.

• Якщо $a=2$, рівняння вироджується у лінійне: $4x+2=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$.

• Якщо $a \neq 2$, використовуємо дискримінант:

$$D=16-4(a-2)a=-4a^2+8a+16.$$

Корені існують, якщо $D \geq 0$.

2. Тригонометрія. Рівняння

Розв'яжіть $\sin 2x=\cos x$

$$\sin 2x = 2\sin x\cos x = \cos x$$

$$\cos x(2\sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$si\,n\,x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \text{ або } \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

3. Логарифми

Розв'яжіть $log_2(x-1) + log_2(x+3) = 3$

$$log_2[(x-1)(x+3)] = 3$$

$$(x-1)(x+3) = 8$$

$$x^2 + 2x - 3 = 8 \Rightarrow x^2 + 2x - 11 = 0$$

$$\text{Корені: } x = \frac{-2 \pm \sqrt{48}}{2} = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\text{Умова: } x > 1. \text{ Отже, відповідь: } x = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

4. Експоненційні рівняння

Розв'яжіть $5^{x+1} - 5^x = 500$

$$\text{Винесемо } 5^x$$

$$5^x(5-1) = 500 \Rightarrow 4 \cdot 5^x = 500$$

$$5^x = 125 \Rightarrow x = 3$$

5. **Система рівнянь**

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Звідси } x = y + 1$$

$$\text{Підставимо: } (y+1)^2 + y^2 = 25 \Rightarrow 2y^2 + 2y + 1 = 25$$

$$2y^2 + 2y - 24 = 0 \Rightarrow y^2 + y - 12 = 0$$

$$\text{Корені: } y = 3 \text{ або } y = -4$$

$$\text{Тоді } x = 4 \text{ або } x = -3$$

$$\text{Відповідь: } (4,3), (-3,-4)(4,3), (-3,-4), (4,3), (-3,-4).$$

6. Геометрія

У колі з радіусом $r = 5$ вписано рівносторонній трикутник. Знайдіть його площу.

Сторона рівностороннього трикутника, вписаного в коло: $a = r\sqrt{3}$.

$$a = 5\sqrt{3}$$

Площа: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{4}$.

7. Комбінаторика

Скільки різних «слів» можна скласти з букв слова «MATHEMATICS», якщо літери можуть повторюватися?

У слові 11 літер, де повторюються: A(2), M(2), T(2). Формула: $\frac{11!}{2!\cdot 2!\cdot 2!} = \frac{39916800}{8} = 4989600$

Таким чином, генеративний штучний інтелект, зокрема ChatGPT, має значний потенціал у навчанні математики, адже він здатний виконувати одразу кілька важливих функцій: пояснювати матеріал у зрозумілій та доступній формі, перевіряти розв'язання задач і надавати детальні коментарі до помилок, а також створювати нові завдання різного рівня складності для індивідуальної чи групової роботи. Це робить його універсальним інструментом як для вчителя, так і для учня. Застосування генеративного ШІ сприяє індивідуалізації навчання, підвищує мотивацію, дає змогу організувати інтерактивний та динамічний освітній процес. Водночас такий інструмент не замінює вчителя, а доповнює його, допомагаючи зробити уроки ефективнішими й ближчими до потреб сучасного учня.

Висновок до розділу 2.

Аналіз сучасних технологій штучного інтелекту, що застосовуються у навчанні математики, засвідчив, що освітня сфера перебуває на етапі активної цифрової трансформації, у центрі якої – персоналізація навчання, автоматизація контролю знань та підвищення мотивації учнів.

Інтелектуальні навчальні системи є першою складовою цього процесу. Їх головна мета полягає у створенні максимально наближених до «вчителя-наставника» умов: вони не лише подають матеріал, а й аналізують прогрес, виявляють прогалини у знаннях і пропонують індивідуальні завдання для їх

подолання. Завдяки таким системам учень отримує персоналізовану траєкторію навчання, що підвищує якість засвоєння математичних понять. Проте їхнім недоліком є певна статичність і залежність від закладених у систему алгоритмів, що обмежує гнучкість у поясненні матеріалу.

Адаптивні платформи розвивають цю ідею, надаючи ще більше можливостей для гнучкого навчання. Вони здатні автоматично підлаштовувати рівень складності завдань під рівень підготовки учня, що робить їх ефективними у класах з різнорівневими групами. Такі системи є особливо цінними при підготовці до ЗНО чи НМТ, оскільки дозволяють відпрацьовувати типові формати завдань і отримувати миттєвий зворотний зв’язок. Їхня сильна сторона – велика кількість практичних вправ і постійний контроль прогресу, однак вони здебільшого орієнтовані на тренування, а не на глибоке розуміння матеріалу.

Генеративний штучний інтелект (наприклад, ChatGPT) є якісно новим кроком у навчанні математики. На відміну від попередніх технологій, він здатен не лише підлаштовувати завдання, а й пояснювати матеріал різними способами, аналізувати й виправляти помилки, створювати індивідуальні приклади чи контрольні роботи. Це робить його універсальним інструментом як для учня, так і для вчителя. Його головною перевагою є гнучкість і здатність адаптувати пояснення до потреб конкретного школяра, проте слід враховувати, що він не завжди є безпомилковим і потребує педагогічного контролю.

Отже, проведений аналіз показує, що кожна з цих технологій має свої переваги та обмеження. Інтелектуальні навчальні системи забезпечують персоналізований контроль і моніторинг прогресу, адаптивні платформи – систематичне тренування та підготовку до іспитів, а генеративний ШІ – гнучке пояснення, творчість і різноманітність завдань. Використання лише одного з підходів може дати позитивний ефект, але найвищих результатів у навчанні математики можна досягти саме за умови їх комплексного поєднання. Синергія цих технологій дозволяє організувати процес навчання так, щоб він був водночас ефективним, глибоким і орієнтованим на сучасні потреби учнів, що значно підвищує якість математичної освіти та мотивацію школярів.

РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ ШІ У НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ

3.1. Застосування ШІ на уроках засвоєння нових знань, формування знань, умінь і навичок при вивчені математики у старшій школі.

Інтерактивність у застосуванні ШІ на уроках математики створює умови для активної участі школярів, стимулює їхнє мислення, сприяє формуванню логічних і дослідницьких навичок. Учитель отримує можливість не лише пояснювати складні теми за допомогою різних інструментів (ChatGPT, WolframAlpha, GeoGebra з елементами ШІ, Mathspace, ALEKS), а й забезпечувати глибоку взаємодію з класом через діалог, обговорення та аналіз різних методів розв'язання.

1. На етапі **мотивації навчальної діяльності** важливо створити інтерес до теми уроку, показати її актуальність та значення в реальному житті. Використання ШІ може стати ефективним інструментом мотивації. Учитель може підготувати проблемну ситуацію, у якій демонструє, як математичні знання застосовуються у практичних сферах за допомогою інтелектуальних систем. Наприклад:

- ChatGPT може згенерувати реальну задачу з економіки: «Як за допомогою системи рівнянь можна розрахувати оптимальний план витрат?»
- WolframAlpha може візуально показати графік залежності прибутку від витрат і пояснити його економічний зміст.
- Mathspace може адаптувати вправи під рівень кожного учня, дозволяючи їм побачити, як математичні знання розвиваються від простих прикладів до складних моделей.

Приклад проблемної ситуації для мотивації: «Ви працюєте інженером і маєте розрахувати оптимальну траєкторію руху дрона. Які математичні інструменти (функції, похідні, рівняння) вам потрібні і як у цьому може допомогти система штучного інтелекту?»

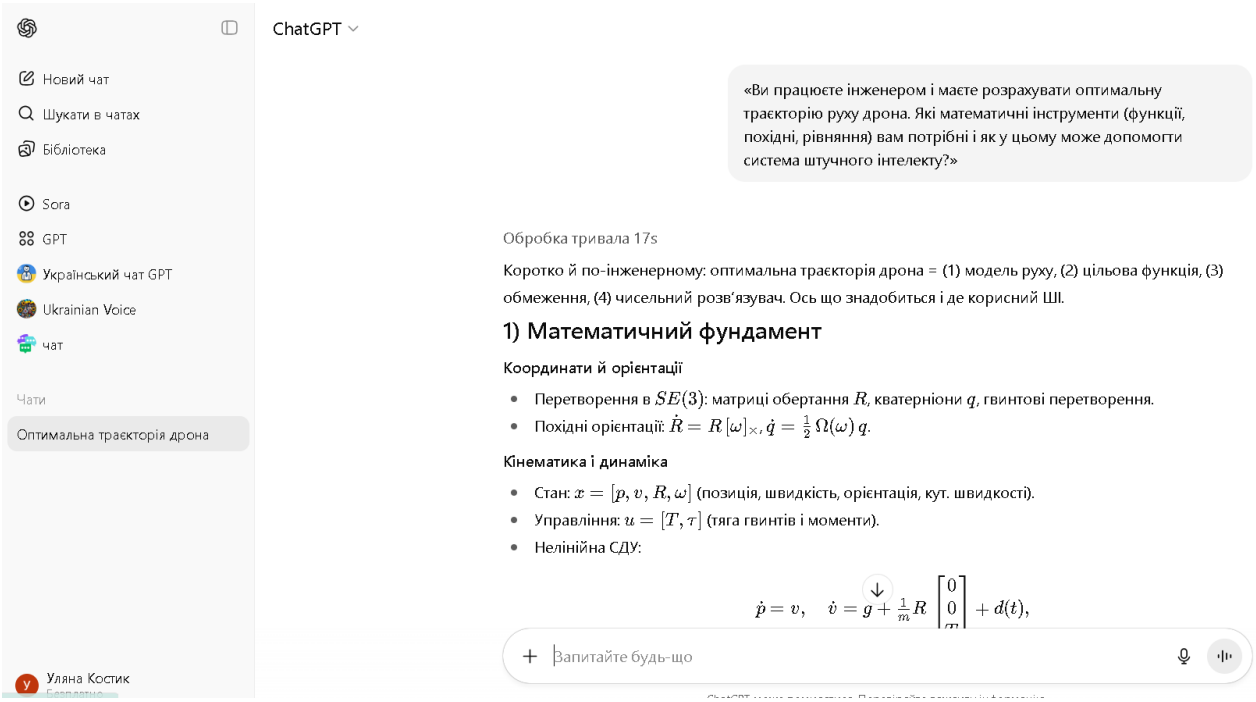


Рис. 3.1. Приклад використання штучного інтелекту в системі ChatGPT

Таким чином, на мотиваційному етапі уроку ШІ допомагає учителю створити зацікавленість, пробудити у школярів бажання працювати, а також сформувати позитивне ставлення до подальшого вивчення теми.

2. На етапі **актуалізації практичного досвіду і опорних знань учнів**, для організації роботи учнів старшої школи та перевірки їхніх знань і розуміння матеріалу, можна використовувати наступні методи:

Виконання різноманітних вправ. Учні можуть розв'язувати математичні задачі за допомогою ШІ-інструментів: перевіряти правильність власних обчислень у середовищі Wolfram Alpha, порівнювати різні методи розв'язання рівнянь, знаходити помилки у власних відповідях.

Графічні роботи та робота з таблицями, схемами. Учні можуть використовувати GeoGebra з інтегрованим ШІ-модулем або візуалізаційні можливості Desmos для побудови графіків, створення динамічних моделей і перевірки залежностей між функціями.

Письмові відповіді. За допомогою чат-асистентів (наприклад, ChatGPT або Bing Copilot) учні можуть формулювати пояснення до задач, обґрунтовувати розв'язання, перевіряти математичні доведення та навчатися коректному оформленню розв'язків.

Тестування. Можна організувати перевірку знань за допомогою онлайн-сервісів з адаптивним тестуванням (наприклад, Khan Academy з елементами ШІ, Google Forms із автоперевіркою або платформи Quizizz, що підтримують підказки, згенеровані ШІ).

Приклад. **Тема: «Застосування похідної у дослідженні функцій».**

Учні по черзі додають свою частину пояснення, утворюючи «ланцюжок знань».

Перший учень знаходить похідну функції $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ у Wolfram Alpha та пояснює кроки розв'язання.

Очікувана відповідь: похідна $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

Другий учень будує графік цієї функції у GeoGebra і показує, як похідна впливає на форму графіка. Має виділити критичні точки (екстремуми).

Третій учень за допомогою ChatGPT формулює висновок де функція зростає, де спадає. Наприклад: функція зростає на $(-\infty; 1)$ і $(3; +\infty)$, спадає на $(1; 3)$.

Четвертий учень знаходить приклад застосування похідної у реальному житті за допомогою ШІ. Приклад: у фізиці – швидкість руху (похідна від координати), у економіці – максимізація прибутку.

П'ятий учень аналізує за допомогою ШІ (наприклад, Copilot) ризики чому не варто сліпо довіряти відповіді, а треба перевіряти власними знаннями.

3. Наприклад, на **уроках засвоєння нових знань, умінь і навичок** при вивченні математики із застосуванням штучного інтелекту.

На даному етапі можна застосувати метод «Навчаючись учусь». Цей метод навчання дозволяє активно взяти участь у процесі навчання та обміну знаннями з іншими. Після визначення теми та цілей уроку учням роздаються картки з завданням. Вони ознайомлюються з інформацією на своїй картці (отриманою за допомогою різних інструментів ШІ) та готуються передати ці знання іншим учням у зручній формі.

Учні отримують картки, на яких зображено результати роботи ШІ (наприклад, розв'язання рівняння у Wolfram Alpha, побудова графіка у GeoGebra,

пояснення властивостей функції у ChatGPT, статистичний аналіз у Excel із ШІ-доповненням). Вони опрацьовують матеріал і потім розповідають нову тему для своїх однокласників. При цьому на екрані учитель виводить приклади використання відповідних сервісів. Приклад уроку із використання GeoGebra наведено у додатку Е.

Приклад1. Тема: Застосування векторів для розв'язування геометричних задач у просторі.

Дано вектори a $\vec{}$=(2;3; -1); b $\vec{}$=(1;-2;4). Знайти кут між ними.

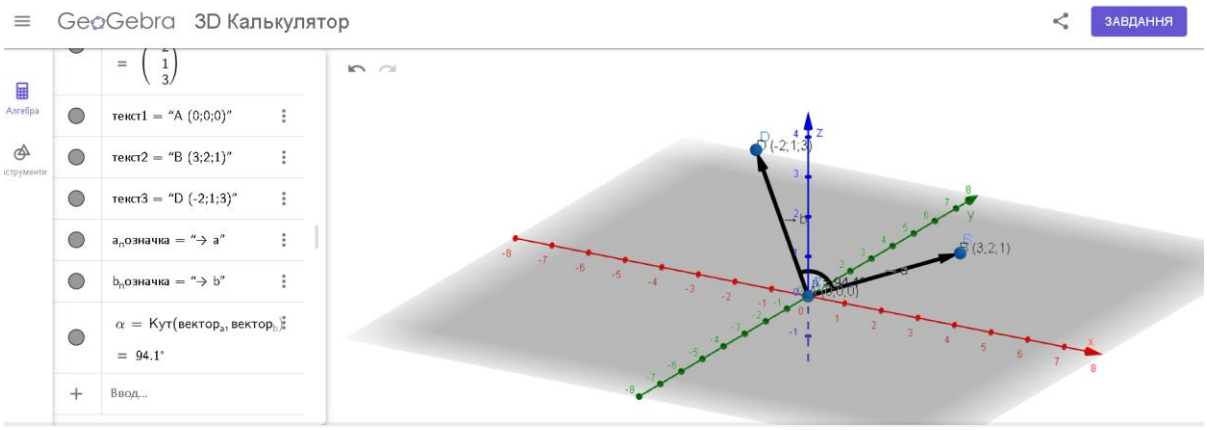


Рис.3.2. Демонстрація побудови двох векторів у просторі (GeoGebra 3D

Приклад 2. Тема: Похідна функції

Завдання (з використанням ШІ):

Учні вводять у ШІ-застосунок (наприклад, ChatGPT або MathGPT) функцію

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$$

Попросіть ШІ знайти похідну та пояснити кожен крок.

Розв'язок (на основі відповіді ШІ):

Похідна від $x^3 = 3x^2$

Похідна від $-2x^2 = -4x$

Похідна від $5 = 0$

Отже:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

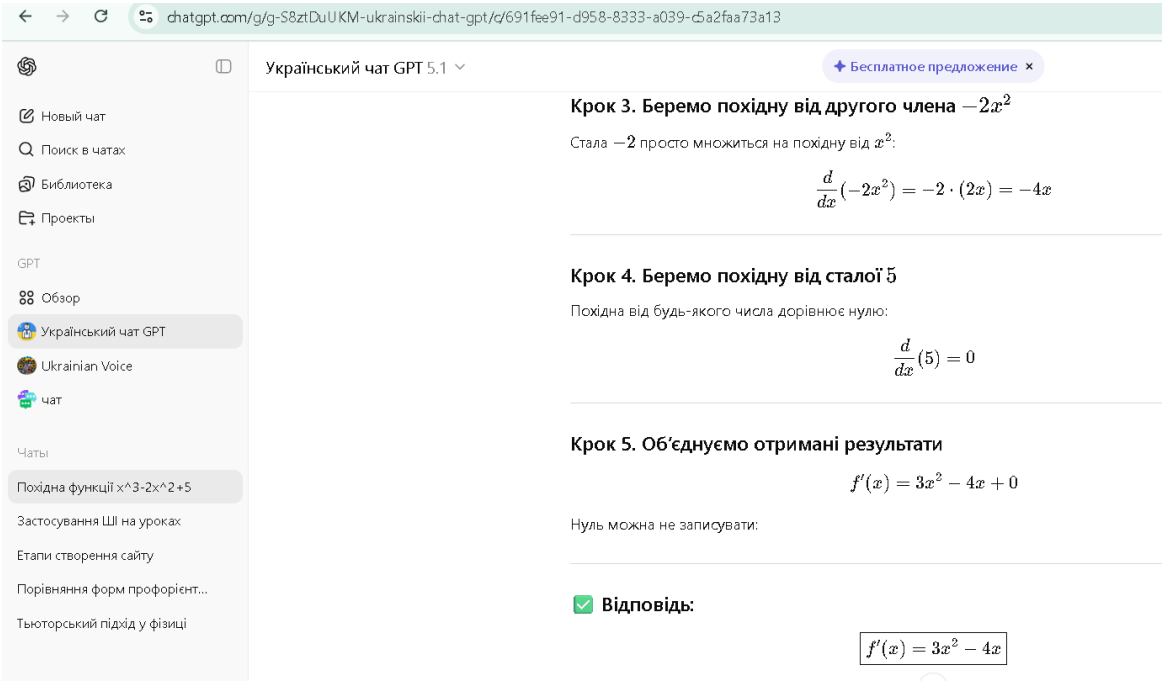


Рис.3.3. Знаходження похідної за допомогою GPT чату.

Приклад 3. Тема: Лінійна функція і її графік

Завдання:

Попросіть ШІ побудувати графік функції

$$y = -2x + 3$$

та показати, як змінюється графік при зміні коефіцієнтів.

Розв'язок:

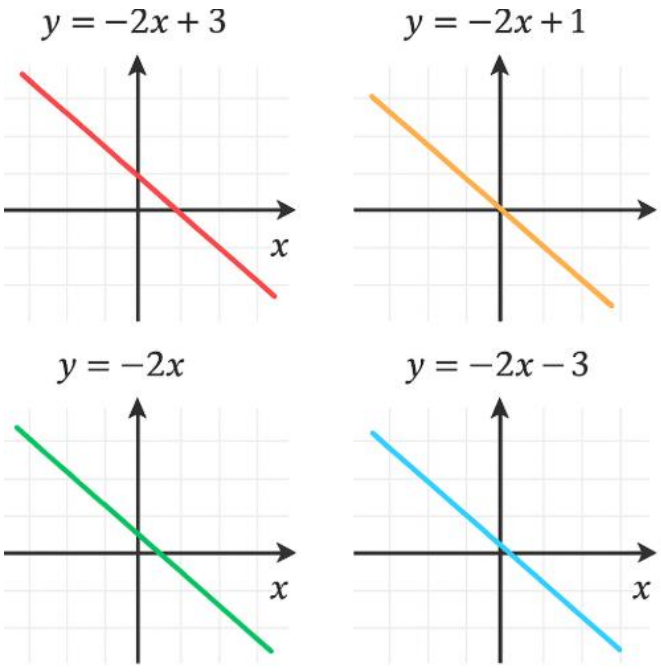


Рис. 3.4. Зміна графіку функції при зміні коефіцієнтів

• y=−2x+3 — червона

Перетин із віссю y: 3. Пряма проходить вище інших.

• y=−2x+1 — помаранчева

Перетин із віссю y: 1. Пряма опустилася на 2 одиниці вниз.

• y=−2x — зелена

Перетин із віссю y: 0. Пряма проходить через початок координат.

• y=−2x−3 — блакитна

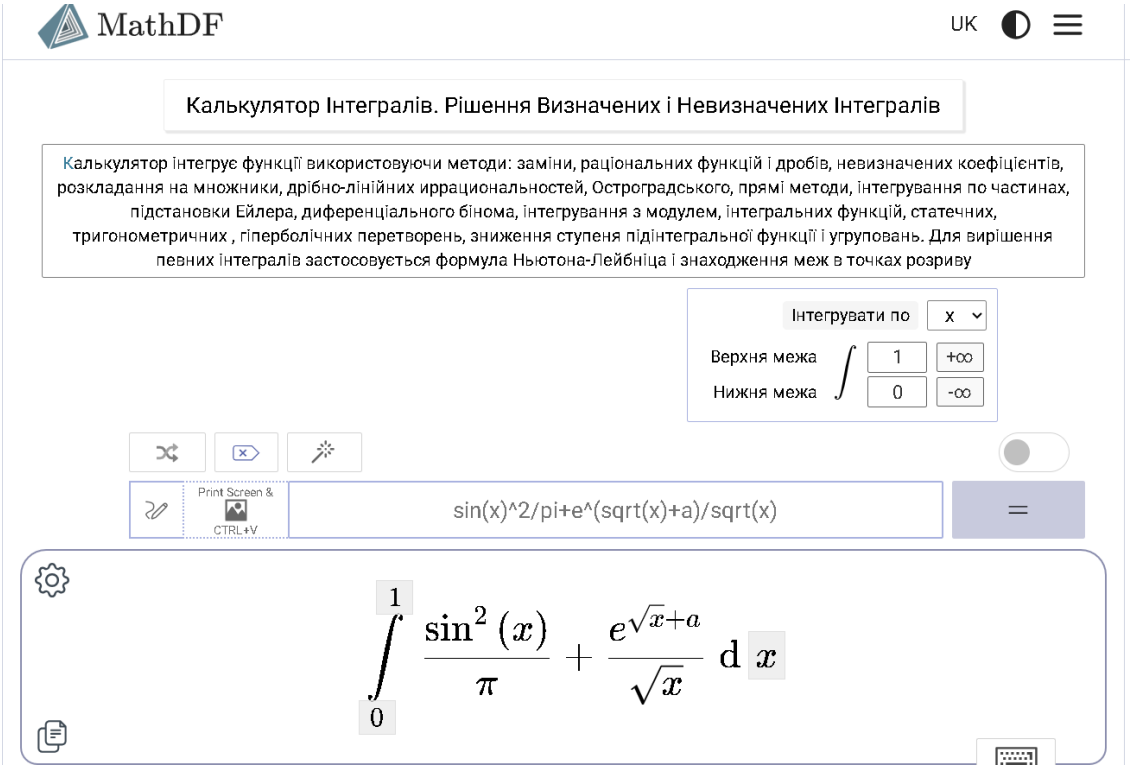
Перетин із віссю y: −3. Пряма найнижча.

Висновок: Зміна коефіцієнта *b* вертикально зсуває пряму вгору або вниз, але кут нахилу не змінюється, бо *k* залишається тим самим.

Приклади застосування ШІ на уроках формування умінь і навичок.

Приклад 4. Тема: Розв'язування визначений інтегралів.

За допомогою калькулятора інтегралів у MathDF вводимо завдання. Натискаємо = і отримуємо покрокове розв'язання із поясненням.



3.2. Використання ШІ на уроках із контролю знань з математики в старшій школі.

Підсумкові уроки та контрольні роботи є ключовим етапом у навчанні математики, оскільки саме на них визначається рівень сформованості знань, умінь і навичок. Використання технологій штучного інтелекту (ШІ) на цих етапах дозволяє значно підвищити якість оцінювання, зробити його точним, швидким і прозорим. ШІ не замінює вчителя, але стає інструментом, що оптимізує процес контролю.

На підсумкових уроках важливо забезпечити повторення великого обсягу матеріалу. ШІ дає змогу автоматично генерувати варіативні комплекти завдань різного рівня складності. Наприклад, система може створювати персональні міні-тренажери перед контрольною, що включають задачі з тем, у яких конкретні учні допускають помилки. Під час підготовки до контрольної роботи ШІ може аналізувати відповіді учнів з попередніх тем, визначати типові помилки й пропонувати додаткові вправи. Це забезпечує адресну підтримку й дає учням можливість працювати саме над тими аспектами, де є прогалини.

На самій контрольній роботі ШІ використовується як засіб автоматичної перевірки проміжних результатів або для створення індивідуальних варіантів. Це знижує ризик списування та збільшує об’єктивність оцінювання. Крім того, ШІ може надавати пояснення до помилкових кроків у розв’язаннях, що робить процес формуючого оцінювання значно ефективнішим.

ШІ особливо корисний під час аналізу успішності класу. Після контрольної роботи система може автоматично визначати складні завдання, які спричинили найбільше помилок, і створювати рекомендації для подальшого навчання. Це дозволяє вчителю оперативно коригувати план уроків.

Приклад використання ШІ на контрольній з алгебри може виглядати так: система генерує варіанти, аналізує час виконання завдань, визначає, яка тема займає найбільше часу, та пропонує учням додаткові приклади після завершення роботи.

Як приклад завдання, яке може бути включене до підсумкової контрольної роботи, розглянемо задачу:

Приклад 1. Квадратні рівняння.

Розв’язати рівняння: $2x^2 - 7x + 3 = 0$

Розв’язання:

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 - 24 = 25$$

$$x = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

Таке завдання легко перевіряється автоматично, адже система може порівняти як кінцеву відповідь, так і правильність проміжних кроків.

Ще один вид діяльності, у якому ефективно застосовується ШІ — це обробка задач, що потребують покрокового розв’язання. Особливо це актуально для похідних, інтегралів та рівнянь з параметрами. Система може оцінювати не тільки результат, але й логіку виконання.

Приклад 2. Похідна

Знайти похідну функції:

$$f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 8$$

Розв’язання:

$$f'(x) = 12x^2 - 12x$$

ШІ може пояснити кожен крок, нагадати формули та автоматично виявити помилки.

ШІ також корисний на контрольних роботах з теми «Інтеграл». Система може відразу розпізнати, чи правильно виконана підстановка, чи коректно записано +C, і надати диференційовану зворотну реакцію.

Приклад 3. Інтеграл.

Обчислити:

$$\int (3x^2 - 4)\, dx$$

Розв’язання:

$$\int 3x^2 dx = x^3, \quad \int -4dx = -4x$$

$$\Rightarrow x^3 - 4x + C$$

На підсумкових уроках з геометрії ШІ дозволяє візуалізувати задачі, пов’язані з просторовими фігурами, побудовами та метричними залежностями. Це значно полегшує розуміння умов задачі та дозволяє учням перевірити власні побудови в інтерактивному середовищі.

Приклад 1 Площа трикутника.

У трикутнику сторона a=10 см, сторона b=12 см, а кут між ними — 60∘. Знайти площу.

Розв’язання:

$$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ$$

$$S = 60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$$

Такі задачі ШІ може автоматично перевіряти кількома методами: через формулу, через координати та через побудову. Це робить аналіз контрольних робіт більш надійним і зменшує ризик випадкових помилок.

Приклад 2. Радіус кола, описаного навколо трикутника.

У трикутнику зі сторонами 7 см, 8 см і 9 см знайти радіус описаного кола.

Розв’язання:

Спершу знайдемо площу за формулою Герона:

$$p = \frac{7+8+9}{2} = 12$$

$$S = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} = \sqrt{12 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = 12\sqrt{5}$$

Формула для радіуса описаного кола:

$$R = \frac{abc}{4S}$$

$$R = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{4 \cdot 12\sqrt{5}} = \frac{504}{48\sqrt{5}} = \frac{21}{2\sqrt{5}}$$

Такі задачі ШІ може автоматично перевіряти кількома методами: через формули, через координатні перетворення та через геометричну побудову. Це робить аналіз контрольних робіт значно точнішим, особливо у випадку складних геометричних задач, де важлива не лише відповідь, а й правильність логічних кроків.

Приклад 3. Вписані кути

У коло радіуса 10 см вписано трикутник ABC. Відомо, що дуга AC містить точку B, а центральний кут, що спирається на дугу AC, дорівнює 120∘. Знайти площу трикутника ABC, якщо сторона AB=12 см.

Розв'язання

Центральний кут, що спирається на дугу AC, дорівнює: $\angle AOC$=120°

Вписаний кут, що спирається на ту саму дугу: $\angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 120° = 60°$

Маємо сторону AB=12 см, і кут при вершині B=60°

За властивістю хорд у колі:

$$AC = 2R \sin \frac{\angle AOC}{2}$$

$$AC = 2 \cdot 10 \cdot \sin 60° = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

Тепер у трикутнику відомо:

$$AB = 12$$

$$AC = 10\sqrt{3}$$

$$\angle ABC = 60°$$

Площа трикутника:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC$$

Але кут ∠BAC нам невідомий. Тому застосуємо формулу площі через дві сторони і включений кут, але знайдемо ∠BAC за теоремою косинусів.

За теоремою косинусів у трикутнику:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos 60^\circ$$

$$BC^2 = 144 + 300 - 2 \cdot 12 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$BC^2 = 444 - 120\sqrt{3}$$

Тепер площа:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sqrt{444 - 120\sqrt{3}} \cdot \sin 60^\circ$$

$$S = 6 \cdot \sqrt{444 - 120\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{444 - 120\sqrt{3}}$$

На підсумкових уроках ШІ може формувати варіативні збірники задач: від базових тренувальних до складних підвищеного рівня складності. Це створює умови для диференціації навчання та забезпечує справедливість при оцінюванні. Також важливо, що ШІ може автоматично формувати аналітичні звіти після контрольної роботи: визначати завдання, які спричинили найбільше помилок, і пояснювати, з якими темами вони пов’язані. Це дає змогу вчителю швидко коригувати подальше навчання. Під час перевірки робіт ШІ може визначати не лише правильність відповіді, але й надавати коментарі для учня: де він припустився помилки, який метод варто повторити, які формули були використані некоректно.

Отже, використання ШІ на підсумкових уроках та контрольних роботах із математики дозволяє підвищити об’єктивність, швидкість оцінювання, індивідуалізацію та глибину аналізу. Завдяки цьому учні отримують якісний зворотний зв’язок, а вчитель — ефективний інструмент для організації сучасного, результативного освітнього процесу.

3.3. Методичні рекомендації щодо використання технологій штучного інтелекту у навчальному процесі.

Використання технологій штучного інтелекту (ШІ) у викладанні математики відкриває нові можливості для підвищення ефективності навчання, проте вимагає від учителя методичної підготовки та продуманого підходу. Перед початком упровадження необхідно чітко визначити педагогічну мету: чи використовується ШІ для пояснення матеріалу, тренування навичок, контролю знань або розвитку логічного мислення. Без усвідомленої мети технологія може стати лише зовнішнім ефектом, не змінюючи суті навчання. Тому першим кроком має бути розроблення педагогічного сценарію уроку з інтеграцією ШІ. Такий сценарій має враховувати вікові особливості учнів, зміст теми та очікувані результати навчання.

Розпочинати впровадження ШІ варто із використання інтелектуальних тренажерів. Наприклад, платформи, які аналізують типові помилки учнів і пропонують додаткові вправи. Це дозволяє автоматизувати рутинні етапи навчання, вивільняючи час учителя для пояснення складних понять. Інтелектуальні тренажери також підтримують принцип індивідуалізації, адже кожен учень рухається у своєму темпі. Важливо лише забезпечити педагогічний супровід і пояснення логіки завдань.

Під час використання ШІ важливо поєднувати технологічні інструменти з класичними методами навчання. Наприклад, після роботи з генеративним ШІ, який пояснює теорему, варто обговорити з учнями, чи всі кроки доведення були зрозумілими та логічними. Такий аналіз допомагає виявити слабкі місця у розумінні матеріалу. Вчитель має навчити дітей критично оцінювати отриману від ШІ інформацію. Це сприяє розвитку аналітичного мислення й навичок перевірки достовірності даних.

Рекомендується використовувати ШІ для створення диференційованих завдань. Учитель може за допомогою інтелектуальних платформ генерувати завдання різного рівня складності: від базових тренувальних до творчих проблемних. Такий підхід особливо ефективний у класах із різнорівневою

підготовкою учнів. Диференціація за допомогою ШІ дає змогу уникнути перевантаження слабших учнів і водночас забезпечити розвиток сильніших. Важливо, щоб педагог контролював зміст і правильність автоматично створених завдань.

Важливо навчити учнів раціонально користуватися ШІ-інструментами. Учитель має пояснити, що штучний інтелект допомагає, але не замінює мислення. Наприклад, якщо система пропонує розв'язок рівняння, учень повинен уміти перевірити його самостійно. Такий підхід запобігає пасивному сприйняттю знань. Важливо формувати в учнів інформаційну культуру і вміння працювати з цифровими джерелами.

Також доцільно застосовувати ШІ для автоматичного аналізу результатів навчання. Сучасні системи можуть будувати графіки успішності, виявляти прогалини у знаннях, відстежувати динаміку розвитку навичок. Це дає можливість педагогові своєчасно коригувати навчальні стратегії. На основі таких даних можна проводити індивідуальні консультації з учнями. Таким чином, ШІ стає інструментом педагогічної діагностики.

У процесі впровадження технологій важливо дотримуватися етичних принципів використання ШІ. Учитель має ознайомити учнів із поняттями авторства, конфіденційності та безпеки даних. Забороняється використовувати ШІ для оцінювання особистісних якостей чи поведінки дітей. Усі результати роботи мають аналізуватися в контексті навчальних досягнень. Дотримання етичних норм формує довіру до цифрових технологій.

Оптимально використовувати ШІ для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО або НМТ). Платформи на основі інтелектуальних алгоритмів можуть створювати тести, які відповідають програмі, і відстежувати рівень готовності учня. Це допомагає зменшити стрес і підвищити впевненість випускників. Учитель, аналізуючи результати, може визначати теми, які потребують повторення. Так забезпечується індивідуальний підхід у підготовці до іспитів.

Використовувати генеративний ШІ (наприклад, ChatGPT або Gemini) для створення додаткових матеріалів. Учитель може генерувати задачі, пояснення, ілюстрації, підказки або тести. Це значно скорочує час на підготовку до уроку. Проте важливо перевіряти достовірність отриманого контенту, оскільки система може допускати неточності. Роль учителя полягає у відборі найякісніших матеріалів. Варто впроваджувати елементи гейміфікації з підтримкою ШІ. Доцільно використовувати ШІ для моделювання реальних ситуацій. Метод проєктів у поєднанні з ШІ стає потужним засобом розвитку креативності.

Доцільно використовувати інтелектуальні системи для перевірки домашніх завдань. Вони можуть миттєво оцінювати відповіді, надавати пояснення й рекомендації. Це економить час учителя та забезпечує зворотний зв’язок для учня. Проте варто наголосити, що такі системи не повинні повністю замінювати педагогічну оцінку. Учитель має аналізувати результати й доповнювати їх власними коментарями.

Важливо формувати цифрову компетентність самого педагога. Учитель має постійно підвищувати кваліфікацію, вивчати нові інструменти й методи інтеграції ШІ. Слід звертати увагу на мотиваційний аспект використання ШІ. Важливо не лише демонструвати функціональність технологій, а й пояснювати, як вони допомагають краще розуміти математику. Наприклад, показати, як штучний інтелект знаходить закономірності у великих масивах даних – це розвиває інтерес до статистики. Коли учень бачить практичну користь знань, його пізнавальна активність зростає. Таким чином, ШІ стає засобом мотивації.

Рекомендується впроваджувати елементи самонавчання вчителя за допомогою ШІ. Сучасні платформи можуть аналізувати викладання, надавати поради з методики чи навіть створювати плани уроків. Це полегшує підготовку до занять і підвищує педагогічну ефективність. Учитель може постійно вдосконалювати власну практику. Так ШІ стає партнером у професійному розвитку педагога.

Під час організації занять важливо дотримуватись балансу між людською взаємодією і цифровими технологіями. Надмірна автоматизація може знизити

педагогічний ефект, оскільки учням потрібен емоційний контакт. Тому ШІ має бути інструментом, який доповнює живе спілкування, а не замінює його. Учитель повинен залишатися наставником, що формує довіру та натхнення. Це забезпечує гармонійний розвиток особистості школяра.

Важливо забезпечити інклюзивність при використанні ШІ. Для учнів із різними освітніми потребами можна налаштовувати адаптивні режими роботи, голосовий супровід або підказки. Штучний інтелект відкриває можливості для персоналізованої підтримки кожного учня. Учитель має вміти добирати відповідні інструменти. Це підвищує доступність математичної освіти для всіх категорій школярів.

Рекомендується організовувати спільні заняття з учителями інформатики для глибшого засвоєння ШІ-інструментів. Це дозволяє розвивати міжпредметну компетентність і сприяє формуванню цифрової грамотності. Спільні проекти, наприклад «Математичне моделювання з використанням ШІ», підвищують практичну спрямованість навчання. Учні бачать зв’язок між теорією і сучасними технологіями. Такий досвід мотивує їх до саморозвитку.

Підсумовуючи, можна зазначити, що оптимальне використання ШІ у навчанні математики передбачає поєднання педагогічної майстерності, етичної відповідальності й технологічної грамотності. Учитель має залишатися головним організатором навчального процесу, а ШІ – його помічником. Важливо розвивати культуру свідомого використання технологій і підтримувати учнів у процесі пізнання. Такий підхід забезпечує не лише ефективність навчання, а й формування сучасних компетентностей, необхідних у цифровому суспільстві.

Висновок до розділу 3.

У розділі було розглянуто практичні можливості та методичні підходи до впровадження технологій штучного інтелекту у навчання математики в старшій школі. Аналіз практичних аспектів використання ШІ засвідчив, що інтелектуальні інструменти значно підвищують ефективність навчального

процесу, збагачують зміст уроків, активізують пізнавальну діяльність учнів та сприяють індивідуалізації освітньої траєкторії.

Застосування ШІ на різних етапах уроку математики – від мотивації до контролю знань – дозволяє створювати інтерактивне освітнє середовище, у якому учні мають можливість самостійно досліджувати математичні явища, аналізувати результати, отримувати миттєвий зворотний зв'язок і порівнювати різні методи розв'язання. Практичні приклади показали ефективність інтеграції таких інструментів, як ChatGPT, Wolfram Alpha, GeoGebra, Mathspace, MathDF, системи адаптивного тестування й генеративні моделі, які допомагають розвивати логічне, критичне та аналітичне мислення.

Використання ШІ на контрольних та підсумкових уроках підвищує об'єктивність оцінювання, забезпечує диференціацію завдань, дає змогу аналізувати типові помилки та формувати рекомендації для подальшої роботи. Таким чином, ШІ стає інструментом формувального оцінювання та ефективного моніторингу успішності.

Методичні рекомендації, представлені в розділі, підкреслюють важливість продуманого педагогічного сценарію, поєднання традиційних і цифрових методів навчання, дотримання етичних принципів та розвитку цифрової компетентності вчителя. ШІ має використовуватися не як самоціль, а як засіб підвищення якості освіти, підтримки індивідуальних потреб учнів та створення сучасного навчального середовища.

Отже, впровадження технологій штучного інтелекту у навчання математики в старшій школі дає змогу модернізувати освітній процес, зробити його гнучким, доступним і результативним, забезпечуючи підготовку учнів до життя та професійної діяльності в умовах цифрового суспільства. ШІ виступає не заміною педагога, а його потужним партнером, який допомагає формувати компетентних, мотивованих та технологічно грамотних здобувачів освіти.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження дало змогу глибоко та комплексно розкрити сутність, структуру та педагогічний потенціал технологій штучного інтелекту в освітньому процесі, а також обґрунтувати їхню ефективність у навчанні математики у старшій школі. Встановлено, що штучний інтелект — це сукупність інтелектуальних алгоритмів, здатних імітувати елементи людського мислення, аналізувати великі обсяги даних, робити висновки та підтримувати прийняття рішень. У сфері освіти ці технології виступають інноваційним інструментом, що забезпечує індивідуалізацію, персоналізацію, гнучкість і високу результативність навчального процесу. Застосування ШІ у вивченні математики сприяє підвищенню якості засвоєння складних абстрактних понять, формуванню самостійності та рефлексивності учнів, розвитку їхньої мотивації та інтересу до предмета. Теоретичний аналіз підтвердив доцільність інтеграції штучного інтелекту в сучасну освітню систему і довів його значний потенціал у трансформації шкільної освіти.

У першому розділі було розглянуто базові поняття та класифікацію технологій штучного інтелекту, здійснено аналіз історичного становлення та сучасних тенденцій його використання в освіті. Встановлено, що у провідних країнах світу ШІ активно застосовується для підтримки навчального процесу, автоматизованого оцінювання, адаптивного навчання та організації індивідуальних освітніх траєкторій. Показано, що українська сфера освіти перебуває на етапі активних змін і впровадження інтелектуальних технологій, однак потребує відповідної підготовки педагогів, модернізації навчального середовища та врахування етичних аспектів цифрової взаємодії. Аналіз особливостей навчання математики в старшій школі підкреслив важливість розвитку логічного та алгоритмічного мислення, умінь аналізувати, моделювати та застосовувати знання в реальних ситуаціях. Це визначає потребу у засобах, здатних забезпечити гнучкість подання матеріалу та підтримку індивідуальних темпів навчання, якими й виступають технології ШІ.

У другому розділі дослідження було детально проаналізовано сучасні інтелектуальні навчальні системи, адаптивні цифрові платформи та генеративні інструменти ШІ, такі як ALEKS, Socrative, ChatGPT та інші, що демонструють високий рівень ефективності в освітньому середовищі. Показано, що їх використання дозволяє автоматизувати перевірку завдань, формувати індивідуальні навчальні траєкторії, пояснювати хід розв'язання задач, розробляти персоналізовані завдання та навчальні матеріали. Особлива увага приділена можливостям генеративних моделей ШІ, які забезпечують створення контенту різного рівня складності й значно розширюють ресурси вчителя у плануванні уроків. Доведено, що впровадження таких систем сприяє зростанню навчальної мотивації, розвитку відповідальності та самоконтролю учнів.

У третьому розділі роботи було проведено педагогічний експеримент, спрямований на практичну перевірку ефективності використання технологій штучного інтелекту в навчанні математики. Порівняльний аналіз результатів контрольного та експериментального класів засвідчив суттєвий позитивний вплив застосування ШІ на якість навчальних досягнень. Зафіксовано значне зростання кількості учнів із високим рівнем знань та зменшення частки школярів із середнім і низьким рівнями, підвищення інтересу до математичних дисциплін, збільшення самостійності та ініціативності. Учні експериментальної групи активно використовували інструменти ШІ для перевірки власних гіпотез, аналізу результатів та самооцінювання, що сприяло формуванню відповідального ставлення до навчання. Результати експерименту стали основою для розробки методичних рекомендацій щодо впровадження ШІ в навчання математики: поетапне використання інтелектуальних інструментів, комбінування традиційних і цифрових методів, створення індивідуальних завдань, використання адаптивних платформ та систематичний моніторинг досягнень.

Отримані результати мають вагоме теоретичне та практичне значення. Вони можуть бути застосовані вчителями-практиками, методистами, викладачами педагогічних закладів освіти, а також розробниками навчальних програм і освітніх платформ. Запропоновані методичні підходи сприяють модернізації

навчального процесу й формуванню цифрової та математичної компетентності учнів, відповідають потребам освіти XXI століття та спрямовані на створення інноваційного освітнього середовища. Досвід експериментальної роботи може стати основою для подальшого наукового дослідження моделей взаємодії учня, учителя та систем штучного інтелекту, а також аналізу довгострокового впливу ШІ на результати математичної освіти.

Отже, результати магістерської роботи підтвердили висунуту гіпотезу щодо ефективності використання технологій штучного інтелекту в навчанні математики у старшій школі. Використання ШІ сприяє підвищенню рівня навчальних досягнень, розвитку мотивації та пізнавальної активності, формуванню самостійності й відповідальності учнів. Технології штучного інтелекту виступають інструментом трансформації сучасної школи та створення цифрової педагогіки майбутнього.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андрушко Ю.І., Воронюк В.М. Основи штучного інтелекту: навчальний посібник. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2019. 198 с.
2. Бондаренко Л. Ю. Інтелектуальні системи навчання в освітньому процесі. Розвиток сучасної науки та освіти : реалії, проблеми якості, інновації : матеріали III Міжнародної наук.-практ. інтернет- конференції (Запоріжжя, 30 вересня 2022 р.). Запоріжжя : ТДАТУ, 2022. С. 429-433. URL: http://elar.tsatu.edu.ua/handle/123456789/16770
3. Відкриття та розвиток ідей про обчислювальну техніку Чарльзом Беббіджем. Факультет математики, природничих наук та технології Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Вінниченка. URL: https://phm.cuspu.edu.ua/nauka/naukovo-populiarni-publikatsii/888-vidkryttya-ta-rozvytok-idey-pro-obchyslyuvalnu-tekhniku-charlzom-bebbidzhem.html (Дата звернення 12.03.2025)
4. Головко М. В., Чумак О. Л. Можливості застосування мобільних додатків з елементами ШІ в математичній освіті. *Інформаційні технології в освіті*. 2023. № 1. С. 27–33.
5. Грицай Н. О. Візуалізація математичних понять у старшій школі засобами GeoGebra. *Математика в школі*. 2021. № 6. С.22-26.
6. Кузьменко О., і Кобилянська І. Використання ШІ в навчанні фізико-технічних дисциплін в контексті STEM. *ПедБез.* 2024. вип. 9, вип. 2, С. 64–69.
7. Литвиненко С. Ю. Етичні та педагогічні аспекти застосування ШІ в освіті. *Освітні технології та суспільство*. 2022. Т. 25, № 1. С. 30–37.
8. Методи та системи штучного інтелекту: навч. посіб. / укл. Д. В. Лубко, С. В. Шаров. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 264 с. URL: https://eprints.mdpu.org.ua/id/eprint/5295
9. Міністерство освіти і науки України. Концепція розвитку штучного інтелекту в Україні. 2021. URL: https://mon.gov.ua/ua/news/ (Дата звернення 15.03.2025)

10. Мітчел М. Штучний інтелект: Путівник для мислячих людей. Львів: Видавництво «Літопис», 2021.

11. Робот Шейкі. Вікіпедія : вільна енциклопедія. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D1%82_%D0%A8%D0%B5%D0%B9%D0%BA%D1%96 (Дата звернення 12.03.2025)

12. Соломенний О. Поняття та класифікація інтелектуально-інноваційних технологій. Сталий розвиток економіки, №2 (53), С. 50-55. 2025. URL: https://doi.org/10.32782/2308-1988/2025-53-7

13. Стенфордський інститут штучного інтелекту, орієнтованого на людину. Звіт про індекс штучного інтелекту за 2023 рік. Stanford Institute for Human-Centered Artificial Intelligence. AI Index Report 2023. URL: https://aiindex.stanford.edu/report/

14. Тардіф А. Що таке тест Тьюринга і чому він важливий? Anite.AI. URL: https://www.unite.ai/uk/what-is-the-turing-test-and-why-does-it-matter/ (Дата звернення 12.03.20025).

15. Цифрова трансформація освіти: теоретико-методичні засади: монографія / за заг. ред. В. П. Сергієнка; за наук. ред. Н. П. Франчук Київ : Вид-во УДУ імені Михайла Драгоманова, 2024. 382 с.

16. Шевченко В.І. Штучний інтелект: теорія і практика. – Київ: Академія, 2020. – 256 с.

17. Шевчук О. П. Формувальне оцінювання в умовах цифровізації: інструменти та підходи. Освіта і управління. 2022. Т. 25, № 2. С. 45–51.

18. Штучний інтелект та його розвиток. Дніпропетровська обласна універсальна наукова бібліотека. URL: https://www.libr.dp.ua/student_notes_it_referat3.html (Дата звернення 12.03.2025)

19. ALEKS Corporation. (2025). ALEKS Overview. URL: https://www.aleks.com

20. ASSISTments Project. URL: https://www.assistments.org

21. ASSISTments. URL: https://www.assistments.org/

22. ChatGPT. URL: https://chatgpt.com/

23. Craig S. D., Hu X., Graesser A. C. Intelligent Tutoring Systems. In: International Handbook of the Learning Sciences. New York: Routledge, 2020, p. 246–256. DOI: https://doi.org/10.4324/9781315617572-24.

24. European Commission. White Paper on Artificial Intelligence. A European approach to excellence and trust. Brussels, 2020. URL: https://ec.europa.eu/info/publications/white-paper-artificial-intelligence-european-approach-excellence-and-trust_en

25. ExamSoft. URL: https://examsoft.com/

26. Google Assistant / Siri. URL: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.google.android.apps.googleassistant&pcampaignid=web_share

27. Google Classroom. URL: https://classroom.google.com/

28. Gradescope. URL: https://www.gradescope.com/

29. Hrytsenchuk, O. The use of artificial intelligence in education: trends and prospects in ukraine and abroad. Unesco. Chair Journal Lifelong Professional Education in the XXI Century, №2(10), 2024. С. 152-161. https://doi.org/10.35387/ucj.2(10).2024.0012

30. Khan Academy. URL: https://www.khanacademy.org

31. Khanmigo. URL: https://uk.khanacademy.org/

32. Learning Analytics Dashboard. URL: https://www.itcilo.org/learning-analytics-dashboards

33. Math Solver from Microsoft. URL: https://math.microsoft.com

34. Microsoft Math Solver. URL: https://apps.microsoft.com/detail/9wzdncrfj47x?hl=uk-UA&gl=UA

35. Quillionz. URL: https://www.quillionz.com/

36. Russell S., Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. 4th ed. Pearson, 2021. 1136 p.

37. Schuld M., Petruccione F. Supervised Learning with Quantum Computers. Springer, 2018. 287 p.

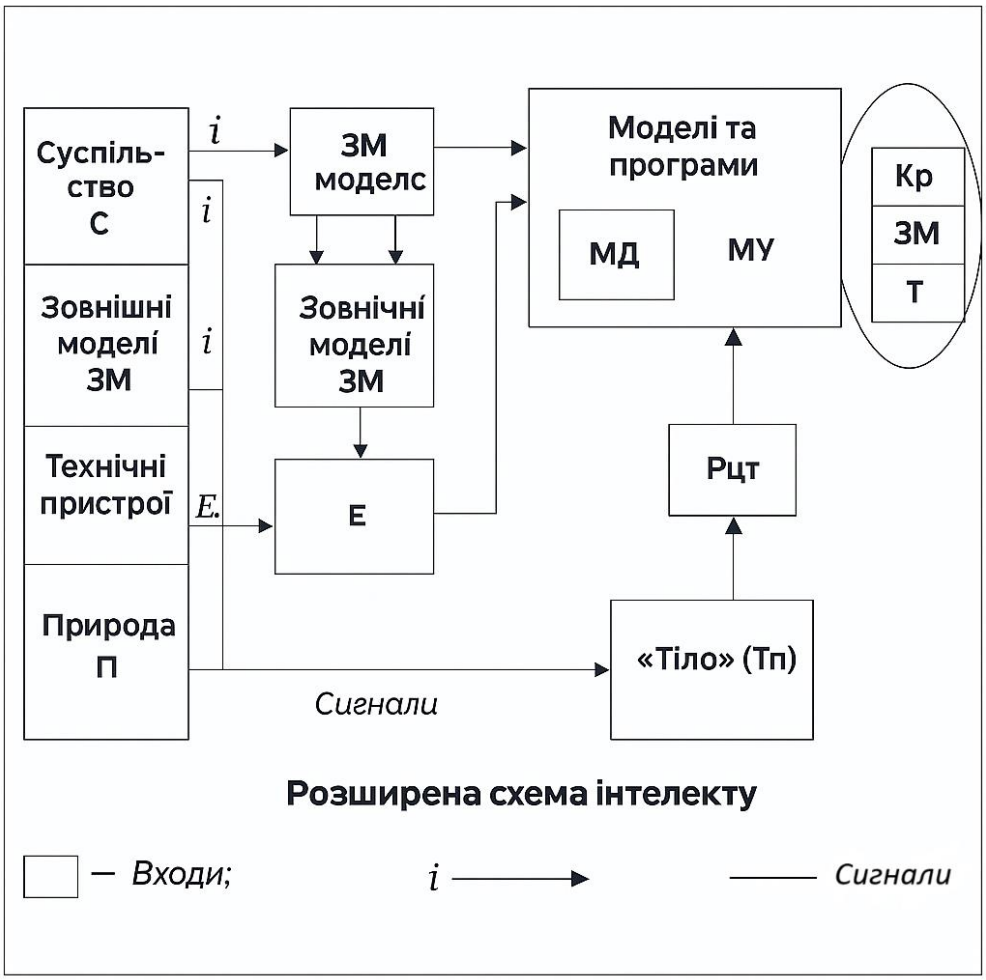
38. Smart Sparrow. URL: https://www.smartsparrow.com/

39. VanLehn K. The relative effectiveness of human tutoring, intelligent tutoring systems, and other tutoring systems. Educational Psychologist, 2011. 46(4), P. 197–221. URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00461520.2011.611369

40. Vaswani A. et al. Attention is All You Need // Advances in Neural Information Processing Systems. 2017. Vol. 30.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А. СХЕМА ІНТЕЛЕКТУ ЛЮДИНИ



Позначення на схемі мають такі значення:

П – природа, тобто сукупність усіх природних чинників зовнішнього середовища.

Т – техніка, знаряддя впливу на природу та навколишній світ.

ЗМ – зовнішні моделі, що відображають наукове уявлення про навколишній світ.

С – суспільство, як найвищий рівень зовнішнього середовища.

Інформаційні входи і виходи:

І – інформація, яка передається у вигляді сигналів;

Ен – енергія, що надходить або передається системою;

ТП – технічні пристрої, що використовуються для посилення або перетворення зовнішніх впливів.

Внутрішні компоненти інтелектуальної системи:

Рц – рецептори, що сприймають сигнали від зовнішнього середовища;

Рце – рецептори, розташовані в органах впливу (ефекторах), які забезпечують зворотний зв’язок;

Н – елементи налаштування рецепторів, що регулюють їхню чутливість;

Рцт – рецептори самого «Тіла», які передають інформацію про його стан;

МУ – моделююча установка, що виконує функцію «мозку», де формуються уявлення про світ;

МД – моделі дій, які визначають поведінку системи;

Е – ефектори, через які здійснюється вплив на зовнішній світ.

ДОДАТОК Б. ПЕРЕВАГИ ТА РИЗИКИ ВИКОРИСТАННЯ ШІ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ

Переваги

- Індивідуалізація навчання 
- Миттєвий зворотний зв’язок 
- Візуалізація геометричних моделей 
- Підготовка до НМТ 
- Мотивація до навчання 

Ризики

- Ризик академічної нечесності 
- Відсутність живої взамодії 
- Нерівний доступ до технологій 
- Перевантаження інформацією 
- Проблеми з точністю та достовірністю 

ДОДАТОК В. ПРИКЛАДИ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ НАВЧАЛЬНИХ СИСТЕМ

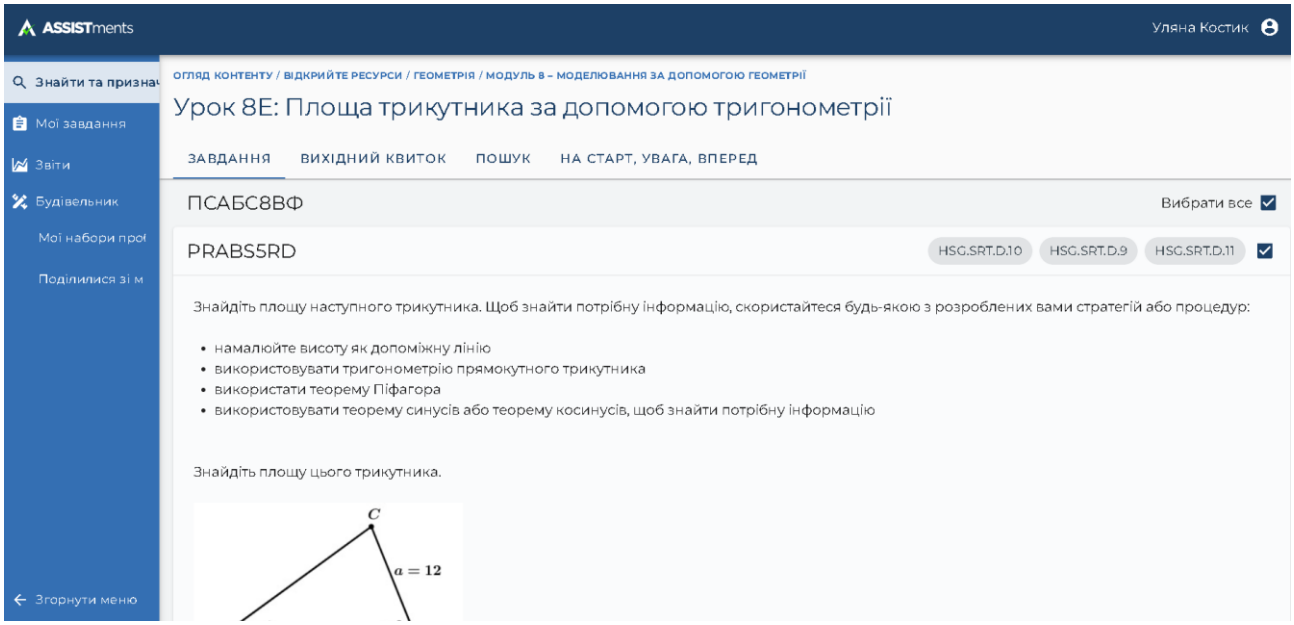


Рис. 1. Приклад використання платформи ASSISTments для вивчення теми «Площа трикутника за допомогою тригонометрії» у старшій школі

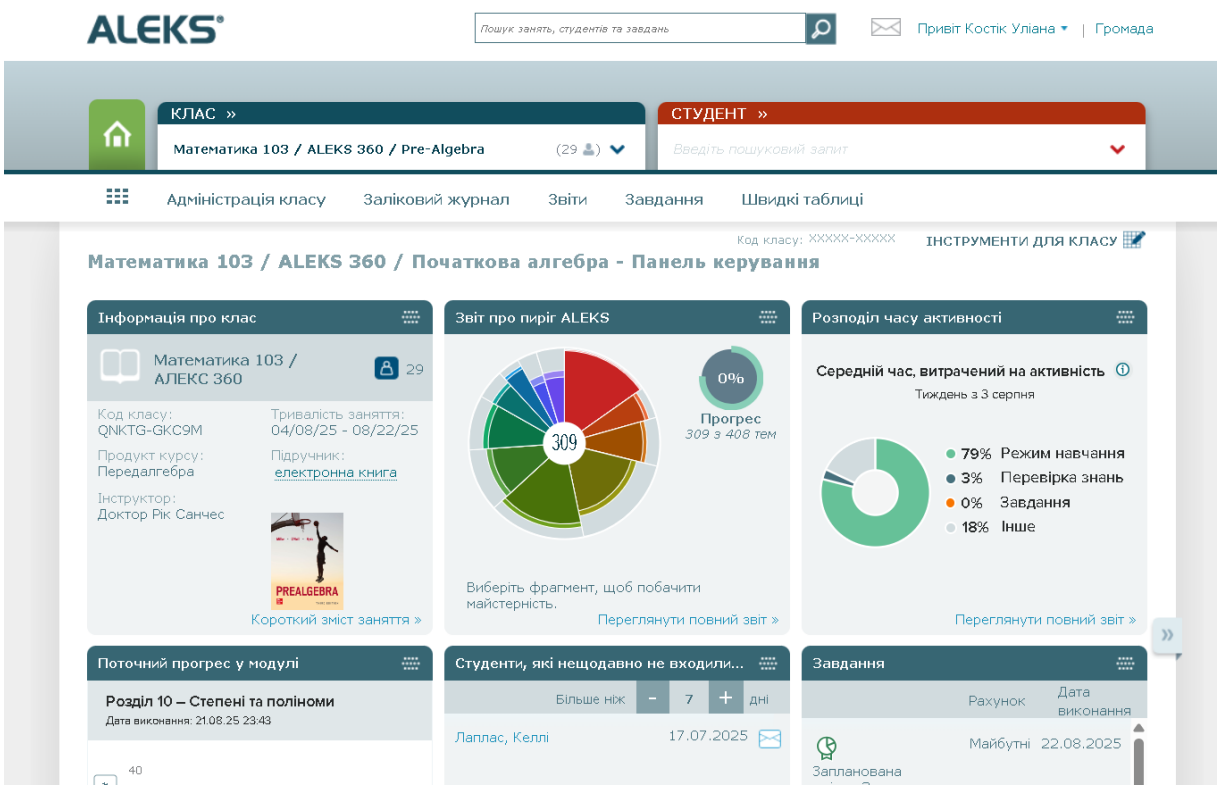


Рис. 2. Інтерфейс панелі керування платформи ALEKS під час вивчення початкової алгебри (Pre-Algebra)

ДОДАТОК Г. ПРИКЛАДИ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ ТА ОПИС ПОКРОКОВОЇ ПРОЦЕДУРИ ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ У ALEKS

1) Тема: Розкладання квадратного тричлена

Мета: Навчитися представляти $ax^2 + bx + c$ як добуток двох лінійних множників – це прискорює розв'язування рівнянь і аналіз коренів.

Приклад. $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

В ALEKS, кроки:

Увійдіть → оберіть свій курс → на Dashboard натисніть Continue My Path.

В «Pie Chart» клікніть сектор Algebra/Quadratics.

Виберіть тему на кшталт «Factor a quadratic with integer coefficients».

Натисніть Learn/Explain, перегляньте правило «сума/добуток».

У полі відповіді введіть множники в дужках: $(x - 2)(x - 3)$.

Натисніть Check.

2) **Тема: Розв'язування квадратного рівняння**

Мета: навчитися знаходити корені рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.

Приклад: $2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, x = -\frac{1}{2}$

В ALEKS, кроки:

Pie → Algebra/Quadratics → "Solve a quadratic equation (by factoring or quadratic formula)".

Увести обидва корені через кому: 2,-1/2.

3)**Тема: Побудова графіка квадратичної функції**

Мета: Розуміти перетворення графіка параболи, знаходити вершину, напрям віток.

Приклад. $y = (x - 1)^2 + 3$. Вершина (1,3), вітки вгору.

В ALEKS, кроки:

Pie → Functions → Quadratic functions → "Graph a quadratic (vertex/standard form)".

В Graphing Tool оберіть інструмент Parabola.

Перетягніть вершину в точку (1,3).

Поставте другу контрольну точку вище вершини, щоб задати напрям «вгору».

Перевірте збіг форми з рівнянням → Submit/Check.

4) **Тема: Степеневі вирази (потенції та радикали)**

Мета: Спрощення виразів зі степенями/коренями за властивостями степенів.

Приклад. $(2x^3y^2)^2 = 4x^6y^4$

В ALEKS виконати такі кроки:

Pie → Algebra → Exponents and Radicals → «Simplify expressions with exponents».

Введіть через математичну панель (кнопка a^b для показника).

Спочатку піднесіть коефіцієнт: $2^2 = 4$, потім показники: x^{3-2}, y^{2-2}

Ввести відповідь $4x^6y^4$. Далі натиснути Check.

5) Тема: Логарифмічні рівняння

Мета: Навчитися розв'язування рівнянь виду $\log_a(x) = b$ та перевірка області визначення.

Приклад. $\log_2(x) = 5 \Rightarrow x = 32$

В ALEKS потрібно виконати такі кроки:

Pie → Algebra → Logarithms → «Solve logarithmic equations».

Якщо є кнопка $\log_a(\quad)$ - за потреби вказати основу 2; інакше перетворіть до експоненційної форми $x = 2^5$

Переконайтесь, що $x > 0$

Відповідь: 32 → Check.

6) Тема: Експоненціальні рівняння

Мета: Ізолювання експоненти, приведення до спільної основи або логарифмування.

Приклад; $5 \cdot 2^x = 40 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$

В системі ALEKS виконати потрібно такі кроки:

Pie → Algebra → Exponential Functions → «Solve exponential equations».

Ізолюйте експоненту (поділіть на 5), далі або зрівняйте основи, або застосуйте log

Якщо вказано округлення – дотримуйтесь формату (напр., до 3-х знаків).

Введіть відповідь 3 → Check.

7) Системи лінійних рівнянь

Мета: Навчитися розв'язувати систем підстановкою або додаванням/відніманням; подання відповіді як впорядкованої пари.

Приклад; $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{8}{3}, y = \frac{6}{3}$

(зверніть увагу: у цій системі розв'язок дробовий; це нормально для ALEKS).

В ALEKS виконуємо таку послідовність кроків:

Pie → Algebra → Systems of Equations → «Solve a system by substitution/elimination».

Оберіть метод (часто зручне додавання рівнянь).

В полі відповіді введіть упорядковану пару: (8/3,5/3) (без пробілів).

Check. Якщо просять «тип розв'язку» – оберіть one solution / no solution / infinitely many відповідно до ситуації.

8) Тема: Задачі на відсотки

Мета: навчитися розраховувати знижки, націнки, відсоткові зміни, відсоток від числа.

Приклад. Ціна 500 грн, знижка 20% → $500 \cdot 0.8 = 400$ грн.

В ALEKS виконуємо такі кроки:

Pie → Applied Math / Financial Math → Percents → «Find sale price / percent change».

Уважно читаємо формат відповіді (число чи відсоток).

Введіть числове значення без одиниць, якщо не вимагають інакше: 400.

Натискаємо Check.

9) Тема: Геометрія. Площа кола

Мета Навчитися обчислювати площу $S = \pi r^2$ або периметр/довжину кола.

Приклад. $r = 7 \Rightarrow S = 49\pi$

В ALEKS:

Pie → Geometry → Circles → «Area of a circle».

Якщо просять точне значення, використайте кнопку π або введіть pi: 49*pi.

Якщо просять десяткове – застосуйте значення π (або як вказано в умові) і округліть правильно.

10) Тема: Тригонометрія. Обчислення кута

Мета: Навчитися знаходити кут(и) за відомим значенням синуса/косинуса/тангенса; розрізняти квадранти.

Приклад. $sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30°$ або $150°$(у межах $0° \dots 360°$)

В ALEKS потрібно виконати такі кроки:

Pie → Trigonometry → Right/Unit Circle → «Solve for angle given trig value».

Перевірте, в градусах чи радіанах потрібна відповідь (зазвичай градуси).

Введіть усі значення в заданому інтервалі, через кому: 30,150.

Якщо просять загальний розв'язок, використовуйте запис з періодом (напр., $30 + 360k, 150 + 360k$ або в радіанах $pi/6 + 2pik, 5pi/6 + 2pik$, де k – ціле).

Check.

ДОДАТОК Ґ. ПРИКЛАДИ АДАПТИВНИХ ПЛАТФОРМ

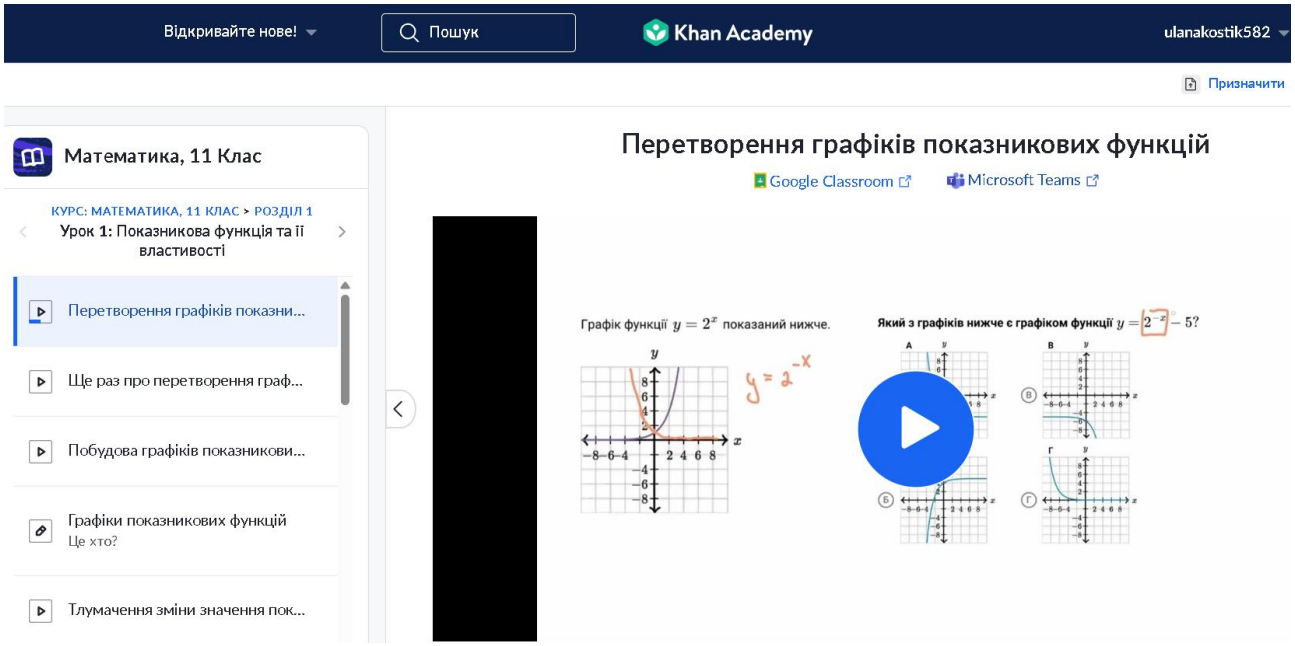


Рис. 3. Приклад використання платформи Khan Academy для вивчення теми «Перетворення графіків показникових функцій» у 11 класі

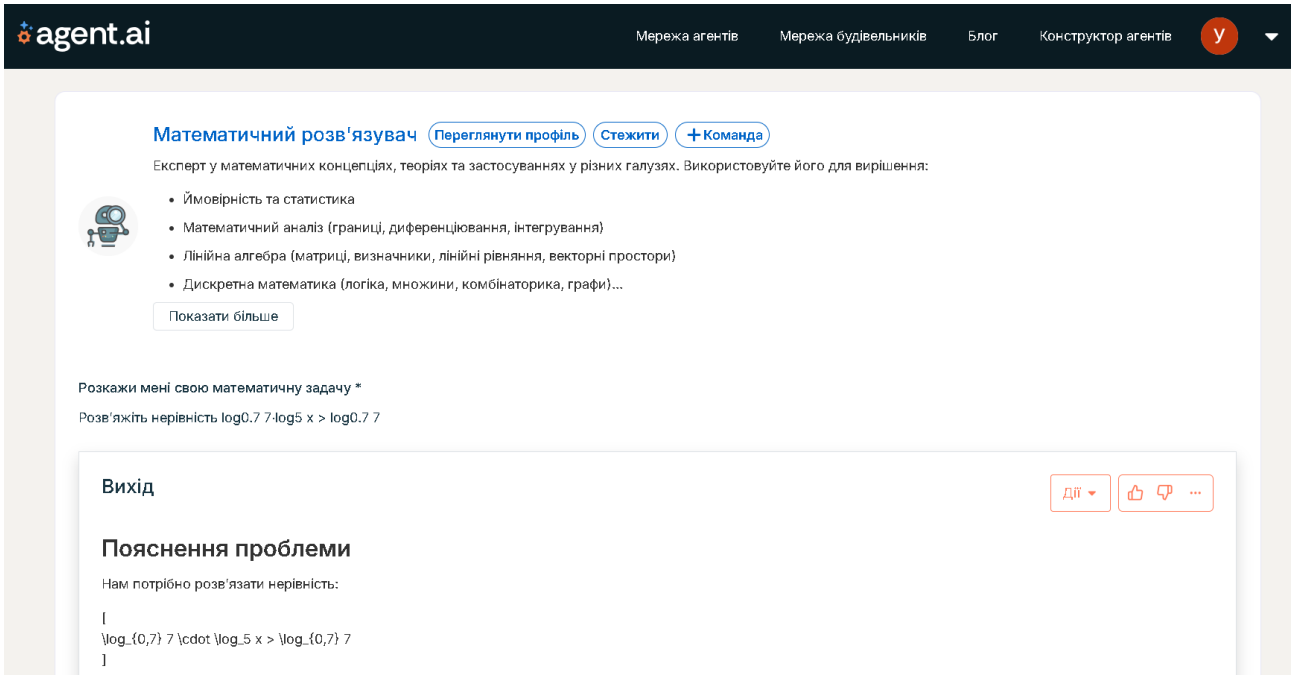


Рис. 4. Інтерфейс платформи Agent.ai під час розв’язування логарифмічної нерівності з покроковим поясненням.

ДОДАТОК Е. РОЗГОРНУТИЙ КОНСПЕКТ УРОКУ ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАНЬ, УМІНЬ І НАВИЧОК ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ШІ НА УРОКАМ МАТЕМАТИКИ У СТАРШІЙ ШКОЛІ

Тема: Застосування векторів для розв'язування геометричних задач у просторі. Використання програми GeoGebra

Тип уроку: Урок засвоєння нових знань, умінь і навичок

Мета уроку:

Навчальна:

- ✓ сформувати уявлення про вектори у просторі та дії над ними;
- ✓ навчити застосовувати вектори до розв'язування просторових задач за допомогою програми GeoGebra;
- ✓ ознайомити учнів з можливостями GeoGebra 3D для побудови та аналізу просторових фігур.

Розвивальна:

- ✓ розвивати просторове мислення, аналітичні вміння, вміння працювати з цифровими інструментами;
- ✓ формувати навички пошуку та перевірки результатів за допомогою програм із штучним інтелектом (GeoGebra, ChatGPT, Wolfram Alpha).

Виховна:

- ✓ виховувати уважність, логічність мислення, культуру математичного мовлення та вміння працювати в команді.

Обладнання: комп'ютери або ноутбуки з доступом до GeoGebra (3D версія), інтерактивна дошка, картки із завданнями, доступ до інтернету для використання ChatGPT/Wolfram Alpha (за потреби).

ХІД УРОКУ:

І. Організаційний етап (2-3 хв.)

Привітання учнів, перевірка присутніх.

Перевірка готовності до уроку (зошити, комп'ютери, підключення до GeoGebra).

Мотиваційна хвилинка:

«Сьогодні ми дослідимо, як можна побачити геометрію у просторі за допомогою штучного інтелекту та інтерактивних інструментів GeoGebra».

II. Актуалізація опорних знань (7 хв.)

Учні відповідають на запитання:

Що таке вектор?

Як виконуються дії над векторами на площині?

Де в житті можна зустріти застосування векторів?

Використання GeoGebra:

Учитель демонструє на екрані простий приклад – побудову двох векторів у площині. Учні спостерігають, як програма автоматично обчислює довжину і кут між ними.

III. Мотивація навчальної діяльності (3 хв.)

У старшій школі ми часто говоримо про просторові фігури, напрямки, сили, швидкість. Усі ці поняття описуються за допомогою векторів. Сьогодні ми продовжуємо працювати з ними у просторі за допомогою GeoGebra 3D – інструмента, який дозволяє бачити математику в дії.

IV. Вивчення нового матеріалу (15-20 хв.)

1. Пояснення нового матеріалу (учитель + демонстрація в GeoGebra 3D):

Координати вектора у просторі.

Операції над векторами (додавання, віднімання, множення на число).

Скалярний добуток векторів і кут між ними.

Геометричне представлення векторів у GeoGebra.

2. Приклад (демонстраційна задача):

Дано вектори $\vec{a} = (2; 3; -1)$; $\vec{b} = (1; -2; 4)$.

Знайти кут між ними.

<u>Кроки в GeoGebra:</u>

Ввести вектори у полі введення.

Використати команду Angle[a, b].

Програма автоматично обчислює кут.

Пояснення ChatGPT (опційно):

Учитель демонструє, як можна отримати аналітичне пояснення розв'язку через ChatGPT, щоб перевірити правильність формул.

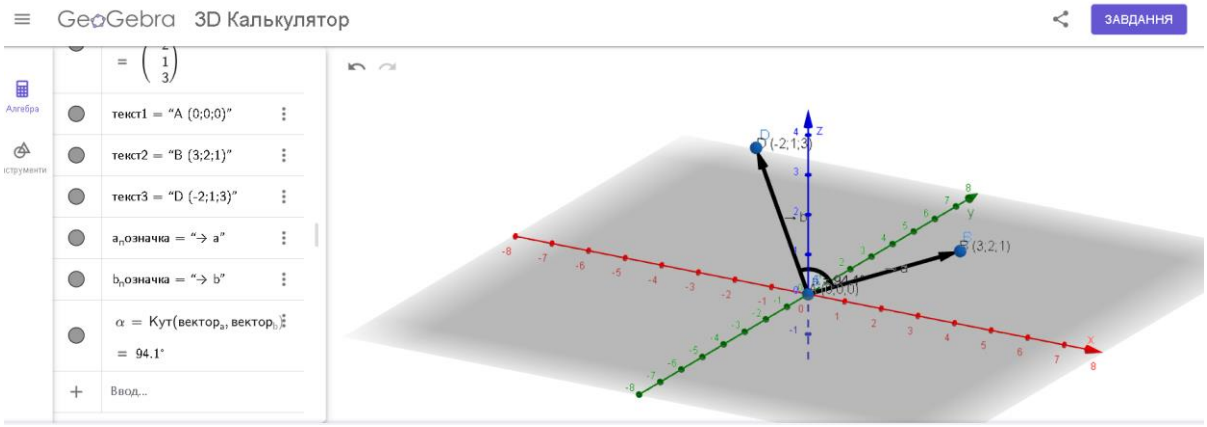


Рис. 5. Демонстрація побудови двох векторів у просторі (GeoGebra 3D).

V. Закріплення нового матеріалу (15 хв.)

Учні працюють у парах або групах по 2–3 особи.

Кожна група отримує картку із завданням, яку опрацьовує у GeoGebra, а потім коротко презентує результати класу.

Приклади карток-завдань:

Група 1 (базовий рівень):

Побудуйте два вектори у просторі з довільними координатами.

Визначте їхню довжину та кут між ними.

Група 2 (середній рівень):

Побудуйте три точки A, B, C у просторі.

Побудуйте вектори $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$

Обчисліть кут між ними.

Група 3 (поглиблений рівень):

Побудуйте у GeoGebra 3D трикутник ABC і вектор, перпендикулярний до площини трикутника (вектор нормалі).

Визначте рівняння площини трикутника.

VI. Рефлексія. Узагальнення і систематизація (5–7 хв.)

«Сьогодні я дізнався(лася)...»

«GeoGebra допомогла мені зрозуміти, що...»

«Тепер я можу…»

Учитель підкреслює роль ШІ: «Математика стає більш наочною, коли ми можемо бачити результат одразу. GeoGebra – це наш помічник, який перевіряє, пояснює і показує просторові зв’язки».

VII. Домашнє завдання (на вибір рівня складності). Підсумок уроку (2–3 хв.)

Базовий рівень: Побудувати у GeoGebra два вектори та знайти між ними кут.

Середній рівень: Побудувати трикутник ABC у просторі та знайти довжини його сторін і площу.

Високий рівень: Побудувати чотирикутник $ABCD$ у GeoGebra, знайти вектор нормалі до площини і визначити, чи лежить точка $E(2;-1;3)$ у цій площині.

ДОДАТОК Д. РОЗВЯЗКИ ЗАВДАНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ШІ (ПРИКЛАДИ)

Задано функцію:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$$

Потрібно знайти похідну $f'(x)$ і пояснити кожен крок.

Крок 1. Застосовуємо правило похідної степеневої функції

Для будь-якого виразу вигляду

$$x^n$$

похідна дорівнює

$$(nx^{n-1})$$

Ми будемо застосовувати це правило до кожного члена функції окремо.

Крок 2. Беремо похідну від першого члена x^3

$$\frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$$

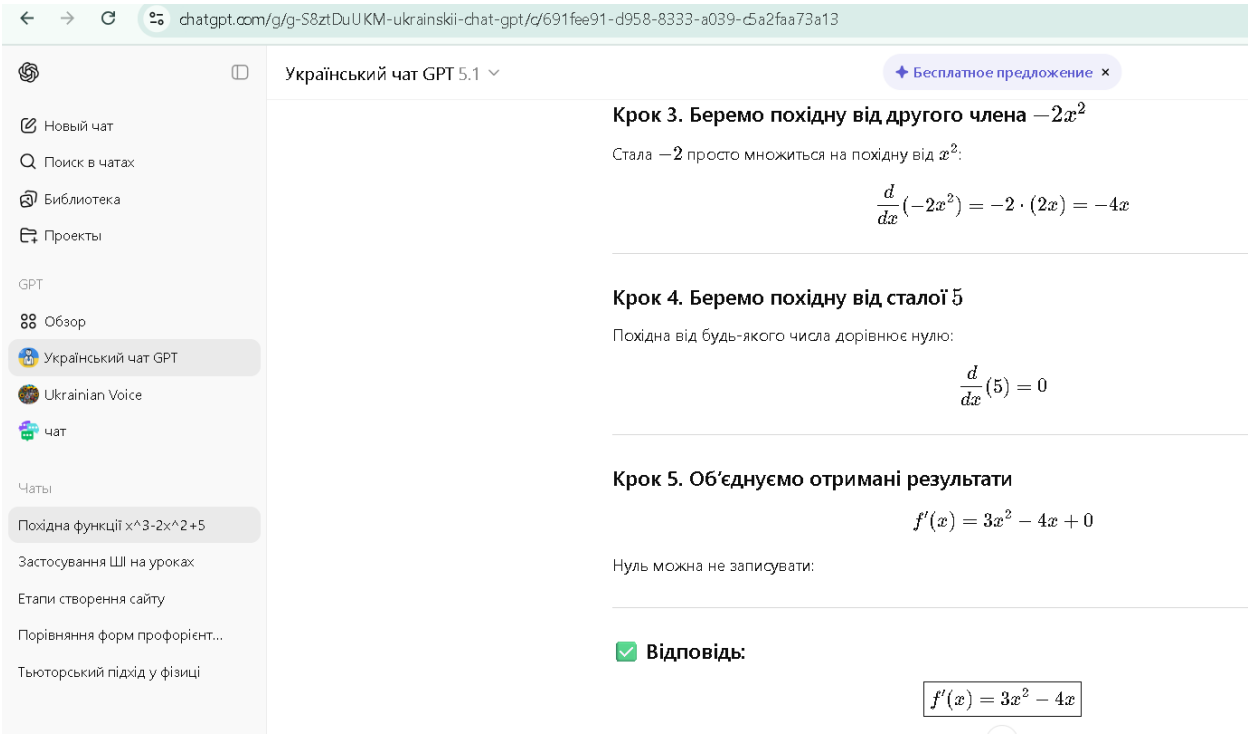


Рис. 6. Знаходження похідної за допомогою GPT чату.

MathDF

UK

Калькулятор Інтегралів. Рішення Визначених і Невизначених Інтегралів

Калькулятор інтегрує функції використовуючи методи: заміни, раціональних функцій і дробів, невизначених коефіцієнтів, розкладання на множники, дрібно-лінійних ірраціональностей, Остроградського, прямі методи, інтегрування по частинах, підстановки Ейлера, диференціального бінома, інтегрування з модулем, інтегральних функцій, статечних, тригонометричних , гіперболічних перетворень, зниження ступеня підінтегральної функції і угруповань. Для вирішення певних інтегралів застосовується формула Ньютона-Лейбніца і знаходження меж в точках розриву

Інтегрувати по x

Верхня межа 1 +∞

Нижня межа 0 -∞

Print Screen & CTRL+V

sin(x)^2/pi+e^(sqrt(x)+a)/sqrt(x)

=

$$\int_0^1 \frac{\sin^2(x)}{\pi} + \frac{e^{\sqrt{x}+a}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$

mathdf.com/int/uk/

75% 90% 100% 110% 125%

Початковий інтеграл

$$\int_0^1 \frac{\sin^2(x)}{\pi} + \frac{e^{\sqrt{x}+a}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$

Обчислення рішення

$$-\frac{\sin(2) + (8 - 8e)\, e^a \pi - 2}{4\pi}$$

Покрокове рішення

Обчислюємо

$$\int_0^1 \frac{\sin^2(x)}{\pi} + \frac{e^{\sqrt{x}+a}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$

Невласний інтеграл

З розривами на інтервалі

$$\lim_{\delta \to 0} \int_{0+\delta}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$$

$$f(x) = \frac{\sin^2(x)}{\pi} + \frac{e^{\sqrt{x}+a}}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{\delta \to 0} \int_{0+\delta}^{1} f(x)\, \mathrm{d}x$$

$$f(x) = \frac{\sin^2(x)}{\pi} + \frac{e^{\sqrt{x}+a}}{\sqrt{x}}$$

Розриви на інтервалі

$$\frac{e^{\sqrt{x}+a}}{\sqrt{x}} \to x = 0$$

За формулою Ньютона-Лейбніца

$$\int_a^b f(x)\, \mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

де

$F(x)$ — первісна для $f(x)$

$f(x)$ — неперервна на інтервалі $[a, b]$

$$F(x) = -\frac{\sin(2x)}{4\pi} + 2e^{\sqrt{x}+a} + \frac{x}{2\pi}$$

Значення

$$\lim_{\delta \to 0} F(0+\delta) = 2e^{a}$$

$$F(1) = -\frac{\sin(2)}{4\pi} + 2e^{a+1} + \frac{1}{2\pi}$$

$$-\frac{\sin(2) + (8 - 8e)\ e^{a}\pi - 2}{4\pi}$$

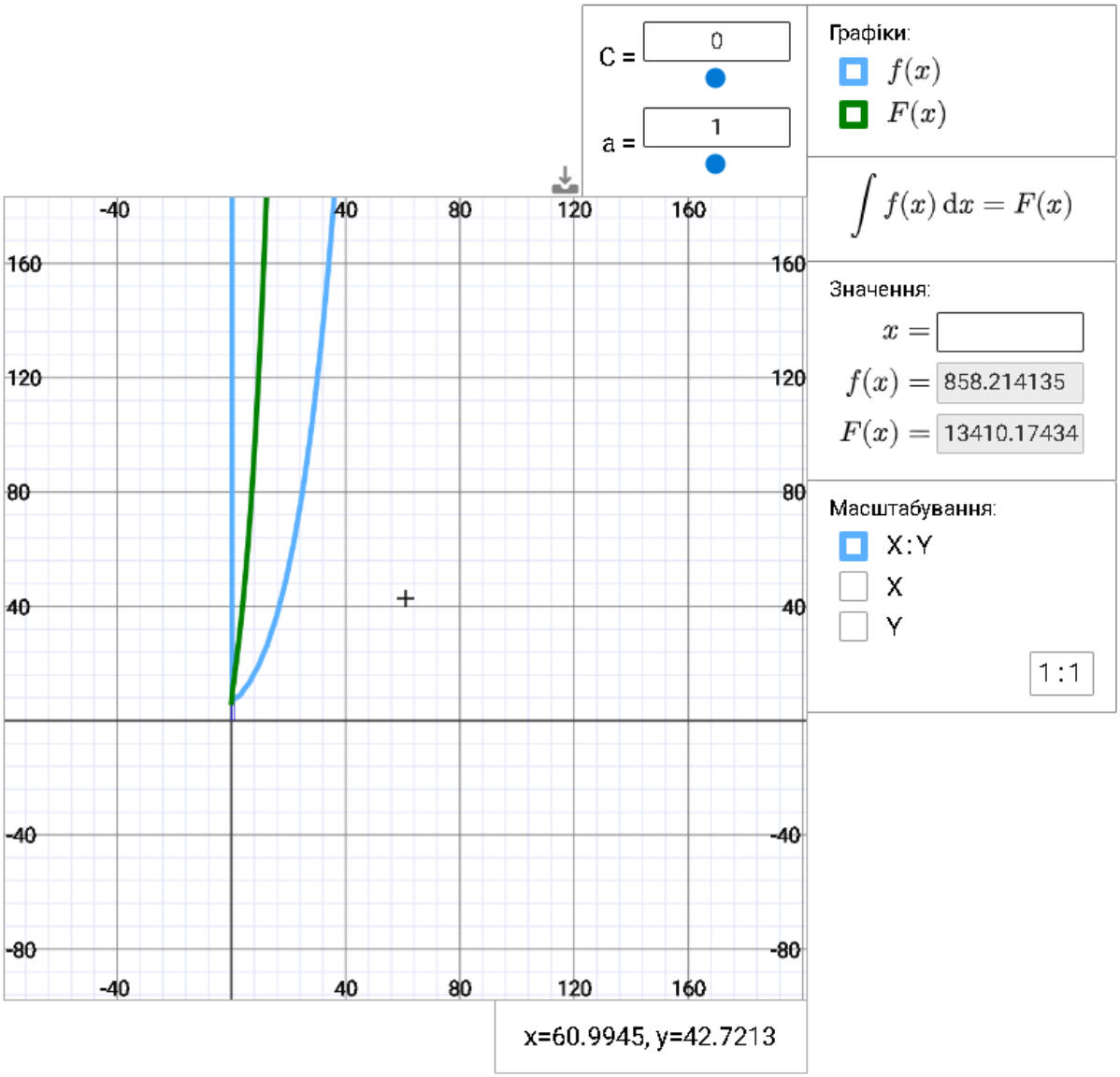


Рис. 7. Обчислення інтегралів у MathDF

ДОДАТОК Е. САМОСТІЙНА РОБОТА НА ТЕМУ «ІНТЕГРАЛИ» ТА ЇЇ АНАЛІЗ ЗА ДОПОМОГОЮ ШІ

ТЕСТ. Інтеграли

1. Знайти первісну для функції $f(x) = x^3 - 5$

А	Б	В	Г	Д
$3x^2 + C$	$\frac{x^4}{4} - 5x + C$	$3x^2 - 5x + C$	$\frac{x^4}{4} + C$	$\frac{x^2}{2} - 5x + C$

2. Знайти первісну для функції $f(x) = (x+8)^2$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x^2}{2} + 8x^2 + 16x + C$	$\frac{x^3}{3} + 8x^2 + 16x + C$	$2x + 16 + C$	$2x + 8 + C$	$\frac{x^3}{3} + 8x^2 + 64x + C$

3. Знайти первісну для функції $f(x) = sin2x + 4$

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{2}cos2x + 4x +$	$-cos2x + 4x +$	$-2cos2x + 4x +$	$-2cos2x +$	$\frac{1}{2}cos2x + 4x +$

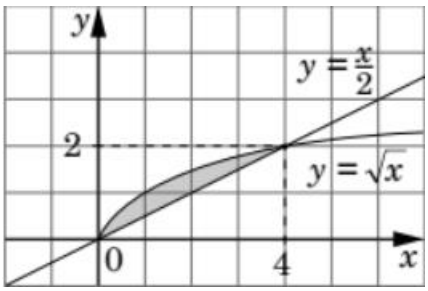
4. Обчислити інтеграл $\int_{-1}^{3} (x^2 - 2)dx$

А	Б	В	Г	Д
8	$5\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$-2\frac{2}{3}$	1

5. Обчислити інтеграл $\int_0^{\frac{\pi}{3}} cosxdx$

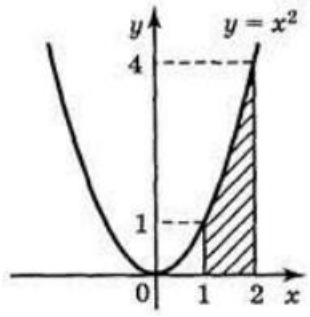
А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$	$-\frac{1}{2}$

6. Вкажіть формулу для обчислення площі заштрихованої фігури



А	Б	В	Г	Д
$\int_0^2 \left(\sqrt{x}-\frac{x}{2}\right)dx$	$\int_0^2 \left(\frac{x}{2}-\sqrt{x}\right)dx$	$\int_0^4 \left(\sqrt{x}-\frac{x}{2}\right)dx$	$\int_0^4 \left(\frac{x}{2}-\sqrt{x}\right)dx$	$\int_2^4 \left(\frac{x}{2}-\sqrt{x}\right)dx$

7. Вкажіть формулу для обчислення площі заштрихованої фігури



А	Б	В	Г	Д
$\int_0^2 x^2dx$	$\int_0^4 x^2dx$	$\int_2^4 x^2dx$	$\int_1^2 x^2dx$	$\int_1^4 x^2dx$

8. Функція $F(x)=5x^2+4$ є первісною для функції $f(x)$. Укажіть функцію $f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5x^3}{3}+4x$	$10x$	$\frac{5x^2}{3}+4x$	$10x+4$	$15x^2$

9. Функція $F(x)=4x^3-2$ є первісною для функції $f(x)$. Укажіть функцію $G(x)$, яка також є первісною функції $f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
$G(x)=4x^3+1$	$G(x)=12x^2$	$G(x)=5x^3+6$	$G(x)=7x^3-2$	$G(x)=3x^4-3$

Нижче наведена **повна узагальнена статистика для всього класу з 23 учнів**, а також **аналіз того, де найбільше припустилися помилок**.

Середній бал по новій системі:

9.8 / 12

Розподіл балів:

Бал	К-сть учнів
12	4
11	5
10	6
9	4
8	2
≤7	2

Успішність:

- **Висока (10–12): 65% учнів**
- **Достатня (8–9): 26%**
- **Низька (≤7): 9%**

Найпроблемніше завдання — №3 (2 бали)

43% помилок → найбільший вплив на падіння балів.

Типова помилка: плутають

$$\frac{2x}{x^2+1} \quad \text{і} \quad \frac{1}{x^2+1}$$

Вибирають arctan замість ln.

Завдання №9 (2 бали)

39% помилок, велика плутанина між **похідною** та **первісною**. Багато учнів думають, що F'(x) — це «ще одна первісна».

Завдання №7 (2 бали)

35% помилок. Учні неправильно визначають площу на симетричному проміжку.

Три основні труднощі класу:

1. u-підстановка і логарифмічні інтеграли

2. розуміння первісної як сімейства функцій F + C

3. симетрія парних і непарних функцій у визначених інтегралах

Висновок для вчителя

Після зміни ваг тест стає **точнішим і краще відображає реальний рівень розуміння**.

Найбільший внесок у зниження балів мають:

- Завдання 3 (логарифмічний інтеграл)
- Завдання 9 (первісні)
- Завдання 7 (визначені інтеграли)

Теми, які потрібно повторити:

1. Метод підстановки
2. Первісні та їх властивості
3. Парні/непарні функції й симетричні проміжки

ДОДАТОК Є. Участь у X Міжнародній науковій конференції «Науковий простір: актуальні питання, досягнення та інновації» (14 листопада 2025 року, м. Львів, Україна)



СЕРТИФІКАТ

ПРО УЧАСТЬ У КОНФЕРЕНЦІЇ (З ПУБЛІКАЦІЄЮ)

ICSR № 25/1411-186

0,4 ECTS

Рекомендовано Вченою Радою Наукової установи «Інститут науково-технічної інтеграції та співпраці»

Протокол № 45 від 13.11.2025

Конференцію зареєстровано в Державній науковій установі у сфері управління Міністерства освіти і науки «УкрІНТЕІ»

Посвідчення № 494 від 10.06.2025.

Офіційний видавець

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи: ДК № 7860 від 22.06.2023.

www.mcnd.org.ua

Штепук Уляна Дмитрівна

взяв(ла) участь у X Міжнародній науковій конференції

«НАУКОВИЙ ПРОСТІР: АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ, ДОСЯГНЕННЯ ТА ІННОВАЦІЇ»

14 листопада 2025 року у м. Львів, Україна

та опублікував(ла) наукову роботу в збірці конференції

з ISBN 978-617-8312-92-3

DOI 10.62731/mcnd-14.11.2025

ВІЦЕ-ПРЕЗИДЕНТ МЦНД

ГОЛОВА ОРГКОМІТЕТУ

СОТНИК СОЛОМІЯ

МЦНД

МІЖНАРОДНИЙ ЦЕНТР НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

ДОДАТОК Ж. Акт використання результатів науково-дослідної роботи

Директор
Яремчанського ліцею №2
Яремчанської міської ради
Івано-Франківської області
_____ Ольга САДОВА
«12» листопада 2024 р

АКТ

використання результатів виконаної науково-дослідної роботи

Костик (Штепук) Уляни Дмитрівни

За матеріалами науково-дослідної роботи Костик (Штепук) Уляни Дмитрівни на тему «Використання технологій штучного інтелекту для навчання математики у старшій школі», виконаної у період з 04.11.2024 до 30.05.2025 в рамках виконання науково-дослідної теми кафедри математики та інформатики і методики навчання «Інноваційні методи навчання математики та інформатики». Матеріали науково-дослідної роботи можна використовувати для індивідуального, змішаного та дистанційного навчання учнів старшої школи, а також як методичні рекомендації вчителю, щодо впровадження систем автоматизувати рутинні завдання.

Комісія в складі:

голова комісії: САДОВА О.А. директор Яремчанського ліцею №2

члени комісії:

КОСТИК Г.В. , заступник директора з навчально-виховної роботи,

ІВАНЮК А.Д., вчитель математики

Встановили використання в процесі освітньої діяльності школи матеріалів науково-дослідної роботи при проведенні комбінованих уроків із математики, з учнями 10-11 класу з метою популяризації використання штучного інтелекту в навчальний процес, який спрямований на створення сучасного освітнього середовища, яке відповідає викликам часу та сприяє розвитку успішного, освіченого й технологічно підготовленого покоління.

12 листопада 2024р.

Голова комісії: _____ Ольга САДОВА

Члени комісії: _____ Ганна КОСТИК

_____ Андрій ІВАНЮК