Карпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики та інформатики і методики навчання

МІЖДИСЦИПЛІНАРНА

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти
на тему “Фінансові математичні моделі та їх особливості в освітньому просторі”

Виконала: студентка 2 курсу ОР магістра, спеціальностей 111 Математика (ОП Актуарна та фінансова математика) та 014.04 Середня освіта (Математика)
Палійчук М.М.
Керівники: доктор фіз.-мат. наук, професор Пилипів В. М., доктор фіз.-мат. наук, професор Василишин Т. В.
Рецензент:_____

Івано-Франківськ – 2025 р.

АНОТАЦІЯ

У дипломній роботі досліджено теоретичні, методичні та практичні аспекти використання фінансових математичних моделей у процесі навчання учнів. Метою дослідження є обґрунтування освітнього потенціалу фінансової математики, розробка методики роботи з фінансовими моделями та реалізація власного навчального курсу, спрямованого на формування фінансової грамотності та прикладного математичного мислення школярів.

У першому розділі проаналізовано сутність фінансових математичних моделей, охарактеризовано їх класифікацію, а також висвітлено сучасні тенденції розвитку фінансової математики в освіті та економіці.

У другому розділі розкрито методичні основи впровадження фінансових математичних моделей у шкільний курс математики. Запропоновано методику навчання, що базується на практичних задачах, застосуванні цифрових інструментів, диференціації та діяльнісному підході.

У третьому розділі представлено практичну реалізацію авторської навчальної програми факультативного курсу «Money Math: курс практичної фінансової грамотності». Описано структуру курсу, зміст навчальних модулів, очікувані результати навчання, а також методи та форми роботи, спрямовані на розвиток умінь аналізувати фінансові ситуації, будувати математичні моделі, оцінювати ризики та приймати обґрунтовані рішення.

Проведений аналіз підтверджує, що інтеграція фінансових математичних моделей у навчальний процес є актуальним напрямом розвитку сучасної математичної освіти. Вона забезпечує практичну спрямованість навчання, підвищує мотивацію учнів, формує ключові життєві компетентності та сприяє підготовці школярів до реальних фінансових ситуацій.

Ключові слова: фінансові математичні моделі, фінансова грамотність, математична освіта, відсоткові розрахунки, інвестиційні моделі, ризики, методика навчання, практичне моделювання, факультативний курс, Money Math

ЗМІСТ

ВСТУП.....4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФІНАНСОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ..... 7
1.1 Сутність і класифікація фінансових математичних моделей..... 7
1.2 Аналіз сучасних тенденцій розвитку фінансової математики..... 10
1.3 Основні принципи побудови фінансових математичних моделей у сфері освіти..... 12
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ФІНАНСОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ.....15
2.1 Освітній потенціал фінансової математики у шкільному курсі.....15
2.2 Приклади фінансових математичних моделей, доступних для вивчення учнями..... 17
2.3 Методика навчання фінансових моделей у школі..... 21
2.4 Інтегровані навчальні заняття і позакласна діяльність.....24
2.5 Практичне моделювання у навчальному процесі.....26
РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ВИКОРИСТАННЯ ФІНАНСОВИХ МОДЕЛЕЙ У ОСВІТНЬОМУ ПРОСТОРІ.....29
3.1 Навчальна програма факультативного курсу «Money Math: курс практичної фінансової грамотності»..... 29
3.2 Збірник планів-конспектів уроків з «Money Math: курс практичної фінансової грамотності»..... 33
ВИСНОВКИ.....59
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ..... 61

ВСТУП

Сучасна математична освіта перебуває в умовах посилення вимог до її практичної спрямованості, інтегрованості та здатності формувати в учнів і студентів компетентності, необхідні для реального життя. Одним із ключових напрямів оновлення змісту математичної підготовки є впровадження фінансових математичних моделей як засобу розвитку критичного мислення, аналітичних умінь та здатності приймати обґрунтовані економічні рішення.

Актуальність теми дослідження зумовлена кількома важливими чинниками. По-перше, в умовах нестабільного економічного середовища, інфляційних коливань, поширення цифрових фінансів і швидкої зміни світових ринків зростає потреба у формуванні фінансової грамотності молодого покоління. По-друге, аналіз чинної нормативно-правової бази (Державний стандарт базової середньої освіти, концепція «Нова українська школа», рекомендації МОН України щодо наскрізних ліній) засвідчує суперечність між задекларованою важливістю розвитку фінансової грамотності та недостатньою кількістю дидактично опрацьованих матеріалів, орієнтованих на математичний апарат. По-третє, існуючі підручники з математики лише частково містять приклади задач із реального життя, однак не пропонують системного курсу практичного моделювання, що охоплював би повний спектр фінансових моделей — від простих відсоткових розрахунків до інвестиційних моделей NPV та IRR.

Таким чином, актуальність роботи полягає в необхідності теоретично обґрунтувати й методично забезпечити використання фінансових математичних моделей у навчанні математики, а також розробити структурований практичний курс (12 уроків), що дозволяє учням і студентам застосовувати математику для аналізу реальних фінансових ситуацій.

Дослідження містить побудову та аналіз комплексу моделей, які включають: прості та складні відсотки; ануїтетні схеми кредитування; моделі інфляції та валютних коливань; інвестиційні моделі (NPV, IRR, Payback); моделі

прогнозування та оцінювання ризиків; моделі особистого бюджету; фінансові симуляції життєвих ситуацій. Особливу увагу приділено практичній реалізації цих моделей у навчальному процесі за допомогою сучасних цифрових інструментів — Excel, Google Sheets, GeoGebra, Desmos.

Мета дослідження — теоретично обґрунтувати роль фінансових математичних моделей у навчанні математики та розробити методичний комплекс із їх застосуванням, що включає курс із 12 уроків і практичні завдання для формування фінансово-математичних компетентностей учнів.

Для досягнення поставленої мети визначено такі завдання дослідження:

- розглянути сутність, класифікацію та принципи побудови фінансових математичних моделей;
- дослідити сучасні тенденції розвитку фінансової математики;
- дати характеристику ролі фінансових моделей у процесі прийняття економічних рішень;
- критично проаналізувати можливості використання фінансової математики у шкільному курсі;
- систематизувати моделі, доступні для вивчення учнями різного рівня підготовки;
- розкрити принципи методики навчання фінансових моделей у закладах освіти;
- оцінити потенціал інтегрованих занять, STEM-підходів і цифрових інструментів;
- визначити та обґрунтувати роль практичного моделювання у формуванні фінансових компетентностей;
- розробити структурований курс із 12 уроків, що охоплює ключові фінансові моделі;
- сформувати практичний комплекс задач, кейсів, симуляцій і міні-проєктів;
- запропонувати рекомендації щодо впровадження розроблених матеріалів у навчальний процес.

Об’єкт дослідження — процес навчання фінансових математичних моделей у закладах освіти.

Предмет дослідження — методи, моделі та засоби практичного навчання фінансової математики.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому, що: вперше здійснено комплексну систематизацію фінансових моделей для використання у шкільному курсі математики; розроблено цілісний навчальний курс із 12 уроків, що охоплює повний цикл фінансових моделей — від базових до інвестиційних; науково узагальнено підходи до практичного моделювання у фінансовій тематиці; розроблено методичну модель проведення інтегрованих уроків і фінансових симуляцій; уточнено принципи формування компетентностей у сфері фінансової грамотності через математичний апарат.

Практичне значення полягає у створенні навчально-методичного комплексу, який може використовуватися:

- ➢ у шкільних курсах математики та алгебри;
- ➢ на факультативах, гуртках та інтегрованих курсах НУШ;
- ➢ у профільних класах;
- ➢ у проєктній та дослідницькій діяльності учнів;
- ➢ у підготовці до олімпіад і турнірів фінансово-економічного спрямування.

Розроблений матеріал включає практичні Excel-моделі, навчальні симулятори, кейси та проєкти, що дає змогу застосувати математичні методи з максимальною наближеність до реальних фінансових ситуацій.

Апробація результатів роботи здійснювалася під час підготовки та проведення уроків курсу «MoneyMath», у межах виробничої практики, наукових гуртків, у межах участі у науково-практичних семінарах, під час створення навчальних матеріалів для учнів, а також під час виступу з тезами на конференції ‘’ІТМ+ Форум молодих дослідників’’.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФІНАНСОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

1.1 Сутність і класифікація фінансових математичних моделей.

Фінансова математична модель — це формалізований опис фінансового процесу або явища за допомогою математичних методів, що дозволяє кількісно оцінити взаємозв'язки між змінними, прогнозувати результати та приймати обґрунтовані рішення у сфері фінансів [16].

Як зазначає Дж. Халл, «математичне моделювання у фінансах є основою сучасної теорії ринку капіталів, оскільки забезпечує вимірюваність ризику, ціноутворення деривативів і контроль за ліквідністю».

Математичні моделі дозволяють перейти від описового рівня аналізу до кількісного, що є критично важливим у фінансових рішеннях. Наприклад, використання стохастичних моделей дає змогу передбачати поведінку цін активів у випадкових умовах, а детерміновані моделі — розраховувати оптимальні параметри інвестиційних стратегій [16].

Класифікація фінансових моделей здійснюється за різними критеріями: за призначенням, рівнем невизначеності, кількістю факторів, часовим горизонтом і методологією побудови [16].

За призначенням:

Моделі оцінювання активів

Модель CAPM (Capital Asset Pricing Model) — описує взаємозв'язок між очікуваною дохідністю активу та його ризиком.

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f)$$

Ця модель є базовою для оцінювання вартості капіталу компанії. Наприклад оцінювання прибутковості пакету акцій відносно ринку.

Модель APT (Arbitrage Pricing Theory) — багатофакторна модель, у якій ціна активу залежить від впливу кількох макроекономічних факторів.

Наприклад моделювання впливу інфляції, ВВП і відсоткових ставок на дохідність цінних паперів.

Моделі ціноутворення фінансових деривативів

Модель Блека–Шоулза — одна з найвідоміших стохастичних моделей, що використовується для оцінювання вартості європейських опціонів. Основне рівняння базується на диференціальному рівнянні частинних похідних:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

Наприклад визначення справедливої ціни опціону на акції компанії Apple або Google.

Модель Блека–Літтермана — удосконалює класичну теорію Марковіца про оптимізацію пакету акцій, враховуючи суб'єктивні очікування інвестора. Використовується великими інвестиційними фондами (Goldman Sachs, J.P. Morgan) для формування диверсифікованих пакетів.

Моделі управління ризиками

Модель Value at Risk (VaR) — визначає максимальні можливі втрати пакету за певного рівня довіри. Наприклад банк розраховує, що з імовірністю 95 % денні втрати пакету акцій не перевищать 2 млн грн.

Модель CreditMetrics (J.P. Morgan) — оцінює ризик зміни кредитного рейтингу позичальників. Використовується для визначення ймовірності дефолту корпоративного позичальника.

Моделі прогнозування банкрутства

Z-score (модель Альтмана) — багатофакторна регресійна модель для оцінки фінансової стійкості підприємства:

$$Z = 1.2X_1 + 1.4X_2 + 3.3X_3 + 0.6X_4 + 1.0X_5$$

де (X_i) — фінансові коефіцієнти (ліквідність, рентабельність, оборотність). Можна застосувати до прогнозування ймовірності банкрутства промислових підприємств.

За рівнем невизначеності

Детерміновані моделі – передбачають сталий зв'язок між змінними без урахування випадкових факторів.

$$A = P \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Наприклад модель розрахунку ануїтетних платежів за кредитом: де (P) – сума кредиту, (i) – ставка, (n) – кількість періодів.

Стохастичні моделі – включають випадкові компоненти, що відображають невизначеність ринку. Наприклад модель геометричного броунівського руху для динаміки ціни акцій:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

де (W_t) – процес Вінера (випадкове відхилення).

За часовим горизонтом

Короткострокові моделі – (щоденне або внутрішньоденне моделювання): наприклад, GARCH-модель для аналізу волатильності фінансових рядів. Наприклад прогнозування коливань валютного курсу USD/UAH на наступний день.

Довгострокові моделі – моделі динаміки процентних ставок, наприклад, модель Васічека:

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t$$

Для прогнозування поведінки облікової ставки НБУ протягом року.

За методологічним підходом

Аналітичні моделі — базуються на рівняннях і формулах (наприклад, CAPM, Black–Scholes).

Емпіричні / статистичні моделі — регресійний аналіз, часові ряди (ARIMA, GARCH).

Моделі машинного навчання — сучасний напрям: нейронні мережі для прогнозування ринку акцій (Zhang et al.). Наприклад алгоритм LSTM передбачає рух цін на фондовому ринку з точністю понад 85 %.

Застосування цих моделей дозволяє вирішувати широкий спектр завдань: від оцінювання ризиків і вартості активів до прогнозування фінансової стійкості та навчання основ фінансової грамотності в освітньому просторі.

1.2 Аналіз сучасних тенденцій розвитку фінансової математики.

Розвиток фінансової математики як міждисциплінарної галузі, що поєднує математику, статистику, інформатику та фінанси, останнім часом прискорився. В умовах глобалізації ринків, підвищеної волатильності, цифровізації та появи нових фінансових інструментів виникає потреба не лише в застосуванні класичних моделей, але й у їхньому адаптуванні чи розширенні. Наприклад, як показує бібліометричне дослідження, кількість публікацій із тем фінансових транзакцій за період 1935–2019 зростає експоненційно [1].

Основні тенденції:

- Зростання ролі цифровізації, великих даних та фінтех-інтеграції.

Зараз фінансова математика все більше інтегрується з технологіями: великі дані, алгоритми машинного навчання, фінтех-платформи. Так, дослідження «Innovative Applications of Financial Mathematics in Economic and Financial Markets» відзначає, що фінансова математика має адаптовуватись до нелінійності й невизначеності ринку, використовуючи обчислювальні потужності [23]. Наприклад застосування методів випадкових лісів (random forest) і ядерного головного компонентного аналізу (kernel PCA) для раннього попередження фінансових ризиків у цифровій економіці [21].

- Перехід до багатофакторних, адаптивних та інтегрованих моделей.

Класичні моделі (наприклад, однофакторні чи детерміновані) доповнюються чи витісняються моделями, які враховують більше чинників та мають адаптивний характер. Наприклад, моделі, що використовують стохастичні керування, оптимальне зупинення, або нечітку волатильність [23]. Наприклад, впровадження моделей «Quant 4.0», які поєднують автоматизоване створення

моделей, пояснюваний штучний інтелект та впровадження знань (knowledge-driven AI) у фінансовій математиці [24].

- Підвищення уваги до системного ризику, мережевих взаємозв'язків та фінансової стабільності.

У фінансовій математиці зростає увага до тем, пов'язаних із системним ризиком, взаємозалежностями між фінансовими інститутами, фінансовими мережами. Наприклад, дослідження Luitgard Veraart висвітлює нові інструменти для аналізу фінансової стабільності через мережеві моделі [22].

- Застосування штучного інтелекту, природної мови (NLP) і нових підходів до прогнозування.

Остання хвиля — це застосування штучного інтелекту (AI) та моделей обробки природної мови (NLP) у фінансових задачах: аналіз настроїв, твітів, новин, побудова знаннєвих графів. Наприклад, дослідження «Language Modeling for the Future of Finance» показує, що моделі NLP все частіше застосовуються для фінансового аналізу [24].

Це дає змогу моделювати не лише кількісні дані, але й текстову інформацію, що має велике значення у сучасному фінансовому середовищі. Для освіти це означає, що до курсу фінансової математики варто включати елементи обробки даних, машинного навчання, NLP-інструментів.

Сучасні тенденції розвитку фінансової математики — це цифровізація, багатофакторність моделей, зростання уваги до системного ризику, застосування AI/NLP, глобалізація та зростання наукової активності. Для освітнього простору це означає вимогу до зміни підходів: від класичної теорії до практично-орієнтованих, технологічно насичених курсів. Таким чином, забезпечення відповідності навчання сучасним тенденціям є передумовою для формування конкурентоспроможних фахівців у галузі фінансової математики.

1.3 Основні принципи побудови фінансових математичних моделей у сфері освіти.

Сучасна освіта в Україні орієнтується на розвиток компетентностей XXI століття, серед яких важливе місце посідає фінансова грамотність та математичне моделювання соціально-економічних процесів. Вивчення фінансових математичних моделей у школі та в університеті сприяє формуванню критичного мислення, аналітичних навичок і здатності приймати раціональні фінансові рішення [15].

Фінансова математика як навчальний компонент інтегрує знання з математики, економіки, інформатики та громадянської освіти, що відповідає концепції «Нова українська школа» [11] та Державному стандарту базової середньої освіти [12], де підкреслено міждисциплінарність і практичну спрямованість навчання.

Нижче наведено основні принципи побудови фінансових математичних моделей в освітньому процесі:

№	Принцип	Зміст і обґрунтування	Приклад застосування в освіті
1	Принцип наочності й практичної спрямованості	Навчальна модель повинна відображати реальні життєві фінансові ситуації, які учні можуть зустріти у повсякденному житті.	Моделювання розрахунку депозиту або кредиту на уроці математики чи гуртку з фінансової грамотності.
2	Принцип інтеграції навчальних дисциплін	Фінансові моделі формуються на перетині кількох предметів – математики, економіки, інформатики, громадянської освіти.	Проєкт «Мій перший бізнес-план» (інтегрований курс математики та економіки в коледжі).
3	Принцип поступовості та вікової відповідності	Побудова моделей має відбуватися відповідно до рівня абстрактного мислення учнів. Спершу – прості обчислювальні задачі, далі – аналітичні моделі.	7 клас – відсоткові розрахунки; 10 клас – інвестиційні моделі з графіками та формулами складних відсотків.

4	Принцип дослідницького навчання (STEM/STEAM)	Учні не лише застосовують готові моделі, а й будують власні, досліджуючи фінансові закономірності.	Створення симуляції «Сімейний бюджет» у Google Sheets або Python.
5	Принцип доступності цифрових інструментів	Використання цифрових ресурсів, що дозволяють моделювати фінансові процеси, підвищує мотивацію учнів.	Застосування онлайн-калькуляторів, GeoGebra, Desmos або Excel для побудови графіків накопичення капіталу.
6	Принцип проблемності та мотивації	Модель має виходити з життєвої проблеми, що потребує рішення.	«Як обрати вигідні умови кредиту?» — дослідження кількох банківських пропозицій на уроці алгебри.
7	Принцип соціальної та громадянської значущості	Моделі повинні допомагати формувати відповідальне ставлення до грошей, розуміння податків, державних фінансів.	Проєкт «Куди йдуть наші податки?» — учні моделюють бюджет громади у класі.
8	Принцип візуалізації результатів	Графічне представлення результатів моделювання допомагає краще зрозуміти тенденції та наслідки фінансових рішень.	Створення графіків динаміки доходів і витрат сім’ї за місяць.

Табл.1 Основні принципи побудови фінансових математичних моделей в освітньому процесі.

Побудова фінансових математичних моделей в освіті ґрунтується на поєднанні математичного моделювання [10] і компетентнісного підходу (за рекомендаціями МОН України, 2020) [13].

Згідно з цими підходами, навчальна модель виконує пізнавальну, розвивальну і практичну функції:

- відображає закономірності фінансових процесів (наприклад, залежність між відсотковою ставкою та сумою прибутку);
- розвиває логічне, критичне й аналітичне мислення;
- формує фінансову поведінку на основі математичних розрахунків.

У сучасній українській школі впровадження фінансових моделей здійснюється через: інтегровані курси «Фінансова грамотність», «Математика і суспільство», «Основи підприємництва»; гуртки та факультативи, наприклад

«Математика в банківській справі»; STEM-проєкти, де учні моделюють витрати шкільного заходу, розраховують прибуток від благодійного ярмарку тощо [9].

У вищих навчальних закладах моделі можуть використовуватись у дисциплінах «Фінансова математика», «Прикладна математика», «Економічна статистика» — для формування прикладних професійних умінь [4].

Приклади навчальних моделей:

1. Модель розрахунку кредиту чи депозиту - учні вивчають ефект складних відсотків, будують графік росту вкладу у Desmos чи Excel.
2. Модель сімейного бюджету — учні створюють таблицю доходів і витрат, прогнозують накопичення або дефіцит бюджету.
3. Модель податкових відрахувань — аналізують, як зміна ставки ПДФО впливає на зарплату працівника.
4. Модель шкільного бізнес-плану — прогнозують прибутковість власного проєкту (наприклад, друк сувенірів 3D-принтером).

Висновок до розділу 1. Фінансові математичні моделі становлять основу кількісного аналізу економічних процесів і дозволяють описувати динаміку відсоткових нарахувань, інвестицій, ризиків та фінансових потоків. Їх класифікація охоплює відсоткові, кредитні, інвестиційні, статистичні та ризик-орієнтовані моделі. Принципи їх побудови ґрунтуються на чіткій постановці задачі, виборі коректних параметрів, урахуванні часової вартості грошей та непевності. Фінансові моделі є ключовими у процесі прийняття економічних рішень, оскільки дозволяють оцінювати альтернативи, обґрунтовувати вибір та керувати ризиками.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ ФІНАНСОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

2.1 Освітній потенціал фінансової математики у шкільному курсі.

Фінансова математика є важливим засобом формування математичної, підприємницької та фінансової компетентностей учнів [19]. Вона сприяє розвитку критичного мислення, аналітичних здібностей і вміння застосовувати математичні знання для розв'язання життєвих ситуацій. Саме тому у межах концепції «Нова українська школа» (НУШ) фінансова грамотність визначена як одна з наскрізних ліній освіти, що забезпечує практичну орієнтацію навчання та підготовку учня до самостійного життя в сучасному суспільстві [11].

Фінансові задачі — це приклади реального застосування математики. Розв'язуючи задачі на відсотки, кредити, депозити, інвестиції чи страхування, учні опановують не лише арифметичні чи алгебраїчні дії, а й уміння аналізувати, прогнозувати, оцінювати ризики [19].

Наприклад, під час вивчення теми *«Відсоткові обчислення»* у 8 класі можна запропонувати практичну задачу:

Задача. Родина поклала 10 000 грн на депозит під 12% річних. Який прибуток вони отримають через 3 роки при нарахуванні складних відсотків?

Розв'язання: за формулою складних відсотків $A = P(1 + r)^n$, отримаємо $A = 10000(1 + 12\%)^3 = 14049.28$ грн, тоді чистий прибуток становитиме $14049,28 - 10000 = 4049,28$.

Такі вправи дозволяють учням побачити реальний сенс математичних дій, розуміти механізм зростання капіталу та формують уміння робити економічно доцільні рішення.

Викладання фінансової математики підтримує наскрізну лінію "Підприємливість і фінансова грамотність", формуючи в учнів такі вміння [3]:

- планування власного бюджету;
- оцінювання вигідності фінансових рішень;
- розуміння соціальної цінності заощаджень, податків і кредитів;
- прийняття обґрунтованих економічних рішень.

Практичне застосування фінансових моделей на уроках сприяє реалізації методики “навчання через діяльність” — учні не лише розв’язують задачі, а й моделюють життєві ситуації, порівнюючи варіанти рішень, обчислюючи ризики та прибутки [3].

Нижче наведено можливості інтеграції фінансової математики у різні навчальні предмети (Табл.2) [6].

Навчальний предмет	Приклади інтеграції фінансової математики	Освітній результат
Математика (5–9 класи)	Задачі на відсотки, знижки, кредити, податки	Формування базових фінансових навичок
Алгебра і початки аналізу (10–11 класи)	Експоненційні та логарифмічні функції у моделюванні відсотків; рівняння ануїтетів	Усвідомлення математичної природи фінансових процесів
Інформатика	Використання Excel або Google Sheets для розрахунку кредитів, бюджетів, інвестицій	Розвиток цифрової фінансової компетентності
Громадянська освіта / Економіка	Аналіз сімейного бюджету, фінансові права споживачів, соціальні податки	Формування відповідальної фінансової поведінки

Табл.2 Можливості інтеграції фінансової математики

Отже, фінансова математика має значний освітній потенціал у розвитку математичної компетентності школярів. Вона інтегрує знання з різних галузей, формує практичне мислення та вчить застосовувати математику у щоденному житті. Реалізація фінансово-математичного змісту у шкільному курсі відповідає сучасним освітнім тенденціям України та світовим підходам до формування фінансової грамотності.

2.2 Приклади фінансових математичних моделей, доступних для вивчення учнями.

Використання фінансових математичних моделей у шкільному курсі математики сприяє формуванню фінансової грамотності, практичного мислення й уміння приймати обґрунтовані рішення. Розглянемо найбільш доступні для вивчення моделі, які можна реалізувати під час уроків, факультативів чи гурткової діяльності [3].

Модель простих і складних відсотків (заощадження, депозити). Ця модель є основою фінансової математики. Вона допомагає учням зрозуміти, як зростають заощадження або боргові зобов'язання з часом.

Приклад:

Родина відкрила депозит 15 000 грн під 10% річних. Визначити прибуток через 3 роки при простому і складному нарахуванні відсотків.

Розв'язання: *Використовуючи формулу простих відсотків* $S = P(1 + \frac{ni}{100})$ - *відсотки не додаються до капіталу, прибуток становитиме:*

$$S = 15000\ (1 + \frac{10*3}{100}) = 19500 \text{ грн. (прибуток 4500 грн.)}$$

Натомість, використовуючи формулу складних відсотків $S = P(1 + \frac{i}{100})^{n}$ - *відсотки додаються до капіталу, родина отримає:*

$$S = 15000(1 + \frac{10}{100})^{3} = 19965 \text{ грн. (прибуток 4965 грн.)}$$

Порівнюючи результати, учні усвідомлюють, що при простих відсотках прибуток зростає рівномірно, а при складних — прискорено, бо працює "відсоток на відсоток" - це називається ефектом капіталізації.

Освітня цінність: розвиток вміння планувати заощадження, порівнювати пропозиції банків, оцінювати ефективність депозитів.

Моделі кредитування та ануїтетних платежів. У старших класах можна вивчати моделі кредитування, що розкривають механізм розподілу боргу і процентних платежів.

Ануїтетна формула:

$$A = P\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$$

де A — щомісячний платіж, P — сума кредиту, i — місячна ставка, n — кількість місяців.

Приклад:

Учень планує придбати ноутбук вартістю 18 000 грн у розстрочку на 12 місяців під 3% на місяць. Обчислити розмір щомісячного платежу та загальну переплату.

Розв'язання: *Такі задачі легко реалізувати в Excel або Google Sheets, використовуючи функції PMT чи власні формули (рис.1).*

A	B	C
Назва	**Значення**	**Формула/Пояснення**
Початкова сума кредиту (PV)	18000	Вартість ноутбука
Місячна ставка (%)	3%	3% на місяць
Кількість періодів (NPER)	12	Кількість місяців
Щомісячний платіж (PMT)	**=PMT(B3;B4;-B2)**	**1 808,32 грн.**
Загальна сума виплат	**=B5*B4**	**21 699,81 грн.**
Загальна переплата (Відсотки)	**=B6-B2**	**3 699,81 грн.**

Рис.1. Реалізація задачі ануїтетних платежів.

Учні бачать реальний вплив процентних ставок на кінцеву суму, розуміють, як обирати вигідніші кредитні пропозиції.

Освітня цінність: На гуртку "Математика і фінанси" можна створити мініпроєкт "Порівняй кредити різних банків", де групи учнів аналізують дані з реальних сайтів.

Моделі оцінювання інвестиційних рішень (NPV, IRR, Payback). Такі моделі можна вводити у профільних класах або вищих навчальних закладах, показуючи, як оцінювати вигідність проєктів. NPV (чиста приведена вартість):

$$NPV = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t} - IC$$

де CF — грошові потоки, r — ставка дисконту, IC — інвестиційні витрати.

IRR (внутрішня норма прибутковості) — така ставка, при якій *NPV = 0*.

Payback (період окупності) — кількість періодів до повернення вкладених коштів.

Приклад:

Учні моделюють відкриття шкільного буфету. Початкові витрати — 10 000 грн, очікуваний прибуток — 3 000 грн на рік. Обчислити NPV при ставці 10% і визначити, чи варто інвестувати.

Розв'язання: *Обчислюємо приведену вартість кожного потоку:*

$$PV_1 = \frac{3000}{(1+0,1)^1} = 2727,27 \text{ грн.}$$

$$PV_2 = \frac{3000}{(1+0,1)^2} = 2479,34 \text{ грн.}$$

$$PV_3 = \frac{3000}{(1+0,1)^3} = 2253,94 \text{ грн.}$$

Сума приведених потоків:

$$\sum_{t=1}^{3} PV_t = 2727,27 + 2479,34 + 2253,94 = 7460,55 \text{ грн.}$$

$$NPV = 7460,55 - 10000 = -2539,45 \text{ грн.}$$

Висновки аналізу:

NPV<0. За умов задачі (3 000 грн на рік, ставка 10%, термін 3 роки) проєкт не є вигідним — інвестиція в шкільний буфет не окупиться (негативна чиста приведена вартість ≈ −2 539,45 грн.

Таке поєднання математики, економіки та підприємництва допомагає розуміти поняття "вартість грошей у часі" та "ефективність інвестицій".

Моделі прогнозування (інфляція, курсові зміни, ризики). Прогнозування — сучасний напрям застосування фінансової математики. Його можна реалізувати у формі досліджень чи мініпроєктів.

Приклад:

Учні аналізують коливання курсу долара і створюють модель прогнозу за допомогою трендової лінії у Excel.

Розв'язання: *Використовуючи дані про курс долара за останні 12 місяців (наприклад: від 38.1 до 39.9 грн/дол.). У Excel будують лінійний графік зміни курсу та додають трендову лінію з відображенням коефіцієнта* R^2.

Excel автоматично будує модель, наприклад лінійну: $y = 0.15x + 37.8$, *де (x) — номер місяця, (y) — прогнозний курс. На основі моделі учні прогнозують курс: для місяця 13:* $y = 0.15 * 13 + 37.8 = 39.75$ *грн., для місяця 14:* $y = 0.15 * 14 + 37.8 = 39.90$ *грн.*

Порівнюючи значення R^2, *учні оцінюють точність моделі та роблять висновок, чи є прогноз надійним (рис. 2).*

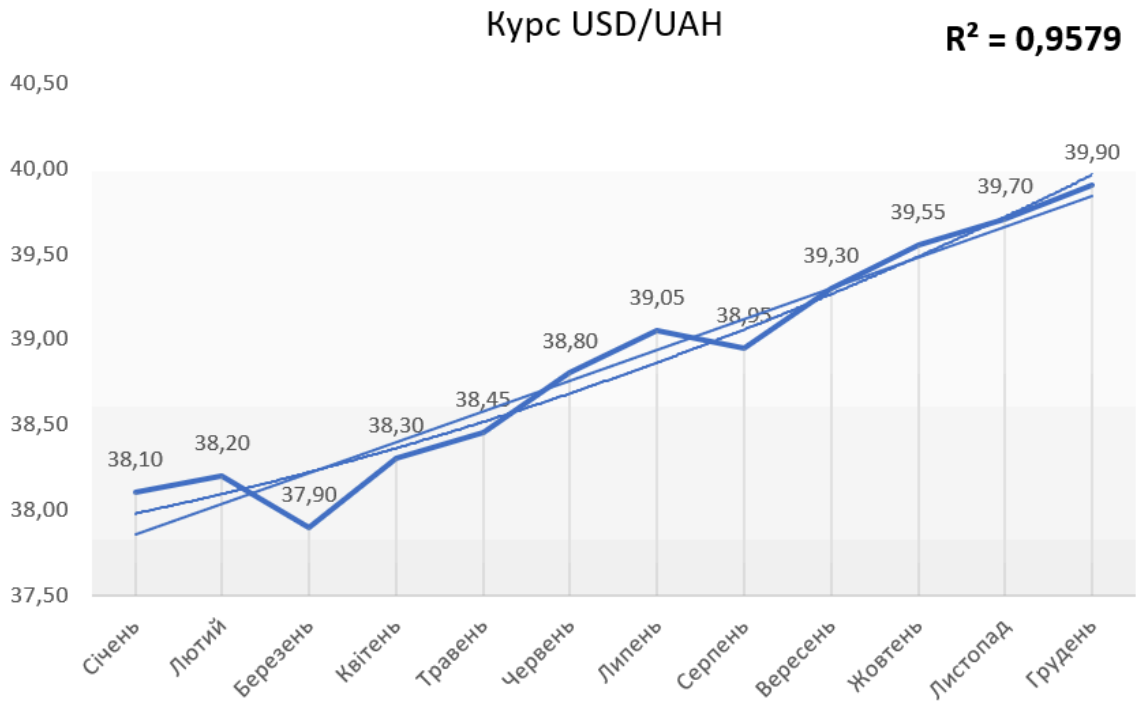


Рис.2 Створення моделі прогнозу за допомогою трендової лінії у Excel.

Такі завдання розвивають аналітичне мислення, навички роботи з даними та вміння робити висновки з реальних показників.

Моделі бюджету особистих або колективних проєктів. Бюджетування є прикладом комплексної фінансової моделі, що поєднує обчислення, аналіз і планування.

Приклад:

Скласти таблицю доходів і витрат за місяць, обчислити залишок коштів, частку витрат на різні потреби.

Розв’язання: Приклад розв’язання задачі ‘’Мій бюджет’’ наведено на рис.3.

Категорія	Сума, грн	Частка, %
Транспорт	320	16.2%
Харчування	650	33.0%
Розваги	400	20.3%
Шкільне приладдя	180	9.1%
Одяг	300	15.2%
Інше	120	6.1%
Загальна сума	1970	

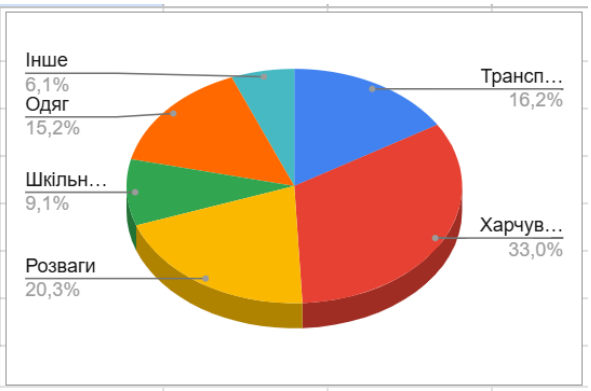


Рис.3 Приклад розв’язання задачі ‘’Мій бюджет’’

Такі вправи формують фінансову самостійність і відповідальність, розвивають навички колективного планування та прийняття рішень.

Фінансові математичні моделі, адаптовані до шкільного рівня, мають значний дидактичний потенціал. Вони не лише розширюють зміст математичної освіти, але й роблять навчання практичним, мотивуючим і життєво орієнтованим.

2.3 Методика навчання фінансових моделей у школі.

Викладання фінансової математики в школі передбачає не лише засвоєння формул і методів розрахунків, але й формування у школярів практичного розуміння фінансових процесів, уміння аналізувати життєві ситуації, прогнозувати результати власних рішень. У цьому контексті особливе значення має методика побудови уроків, використання сучасних цифрових засобів та організація діяльнісного навчання [8].

Під час створення уроків або занять із фінансової математики доцільно керуватися такими дидактичними принципами [11]:

- Практична спрямованість. Кожна тема має бути пов’язана з реальними фінансовими ситуаціями (депозити, кредити, бюджетування).

Наприклад: урок з теми “Складні відсотки” починається з обговорення: *“Як банки нараховують прибуток за вкладом?”*

- Міжпредметність. Поєднання математики з економікою, інформатикою, громадянською освітою.

Наприклад: учні створюють таблицю у Google Sheets, розраховуючи прибутковість депозитів — інтеграція з ІКТ.

- Дослідницький підхід. Учні самостійно висувають гіпотези, моделюють фінансові процеси, аналізують результати.

Наприклад: “Як зміниться сума кредиту при збільшенні процентної ставки на 2%?”

- Контекстність. Теоретичний матеріал пояснюється через життєві ситуації, доступні учням.

Наприклад: “Чи вигідно купувати телефон у кредит?”

- Рефлексивність. Учні обговорюють, як отримані знання можна використати у власному житті, порівнюють фінансові рішення.

Фінансова математика може вивчатися на різних рівнях глибини. Тому важливо адаптувати зміст і завдання до рівня підготовки учнів:

Базовий рівень (8–9 класи):

- ➢ розрахунок простих і складних відсотків;
- ➢ порівняння депозитів і кредитів;
- ➢ складання особистого бюджету;
- ➢ побудова графіків зростання капіталу.

Профільний рівень (10–11 класи):

- ➢ використання ануїтетних формул;
- ➢ аналіз інвестиційних моделей (NPV, IRR, Payback);
- ➢ прогнозування фінансових показників;
- ➢ створення мініпроектів: “Модель шкільного підприємства”, “Оптимальний кредит”.

Форма реалізації диференціації: варіативні завдання за рівнем складності; групова робота, де ролі розподілені (аналітик, фінансист, презентатор); індивідуальні проєкти або дослідження.

Інформаційні технології є невід'ємною складовою сучасного навчання фінансової математики. Вони підвищують наочність, мотивацію й дають змогу працювати з реальними даними.

Microsoft Excel / Google Sheets - використовуються для розрахунків відсотків, ануїтетів, побудови графіків, оцінки інвестиційних проєктів.

GeoGebra - візуалізація функціональних залежностей, наприклад, зростання суми за депозитом або амортизації кредиту.

Desmos - для інтерактивного дослідження формул та демонстрації змінних у реальному часі.

Фінансові симулятори або онлайн-калькулятори - дозволяють учням працювати з реальними фінансовими показниками: курсами валют, рівнем інфляції, ставками банків.

Щоб уроки з фінансовим змістом були цікавими та ефективними, варто використовувати активні форми навчання:

➢ Кейс-метод. Учні аналізують реальну або змодельовану ситуацію. *Приклад:* "Який банк обрати для депозиту: вищі відсотки чи коротший термін?"

➢ Рольова гра. *Сценарій:* група учнів — "банк", інші — "клієнти". Вони розробляють депозитні програми, порівнюють вигідність, презентують свої рішення.

➢ Фінансовий симулятор. Використання ігор або онлайн-моделей (наприклад, "Економіка сім'ї"), де учні керують віртуальним бюджетом, приймають інвестиційні рішення, аналізують наслідки.

➢ Групові проєкти. "Шкільний бізнес-план кав'ярні"; "Як інфляція впливає на купівельну спроможність?"; "Оптимальний сімейний бюджет".

Такі форми формують не лише математичні навички, а й комунікацію, критичне мислення, відповідальність за колективне рішення.

Методика навчання фінансових математичних моделей у школі має бути спрямована на практичність, інтегрованість і діяльнісність. Вона передбачає: поєднання теоретичних знань із життєвими ситуаціями; використання цифрових інструментів для моделювання; диференційований підхід до учнів

різних рівнів; застосування активних методів навчання. Завдяки цьому уроки математики перетворюються на майданчик для розвитку фінансової грамотності, підготовки учнів до реальних економічних викликів і свідомого управління власними ресурсами.

2.4 Інтегровані навчальні заняття і позакласна діяльність.

Розвиток фінансової грамотності учнів вимагає комплексного підходу, який виходить за межі традиційного уроку. Інтегровані заняття та позакласна діяльність у межах STEM/STEAM-освіти створюють умови для практичного застосування математичних знань, розвитку критичного мислення, ініціативності й підприємливості. Саме у такій діяльності фінансові математичні моделі стають інструментом пізнання реального світу [16].

STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) та STEAM (доповнений Art — творчістю) підходи дозволяють формувати в учнів системне мислення та міжпредметні зв’язки. Фінансові моделі природно інтегруються в ці напрями, оскільки поєднують математику, економіку, інформатику та технології. Приклади інтеграції:

➢STEM-проєкт “Енергія і фінанси” — учні розраховують вартість споживання електроенергії, моделюють окупність встановлення сонячних панелей (використовується модель NPV).

➢STEAM-заняття “Мистецтво фінансових рішень” — створення інфографіки або коміксів у Canva чи Genially для візуалізації процесів кредитування або зростання інвестицій.

➢STEM-кейс “Економіка транспорту” — обчислення витрат пального, порівняння вартості різних видів транспорту, моделювання бюджету подорожі.

Таким чином, фінансові математичні моделі стають не лише математичним інструментом, а й способом осмислення економічних аспектів сучасного життя (табл.3).

Тема уроку	Модель	Практичне завдання для учнів	Інтеграція з предметами
«Як розрахувати кредит на смартфон»	Ануїтетна модель	Обчислити щомісячний платіж за кредитом, порівняти умови різних банків	Математика, Інформатика, Громадянська освіта
«Вигідно чи ні? Оцінюємо шкільний бізнес-проєкт»	Модель NPV	Проаналізувати вигідність створення шкільного буфету чи кав'ярні	Алгебра, Економіка, Інформатика
«Інвестуємо в себе»	Модель складного відсотка	Порахувати, як зростають заощадження при щомісячному поповненні депозиту	Математика, Інформатика, Фінансова грамотність

Табл.3 Приклади інтегрованих уроків.

Такі уроки сприяють тому, що учні не просто вивчають формули, а бачать їх реальну цінність у повсякденних фінансових рішеннях.

Факультатив або гурток може стати основним осередком розвитку фінансової компетентності учнів. Його мета — формувати у школярів практичні навички застосування математичних методів до реальних економічних ситуацій. На заняттях гуртка можна розглянути такі питання:

1. Як працюють банки: депозити, кредити, ануїтети?
2. Бюджет родини: доходи, витрати, заощадження.
3. Мій перший інвестиційний проєкт.
4. Як інфляція впливає на наші гроші?
5. Фінансові ризики та як їх уникнути?
6. Підприємництво у школі: мінібізнес і шкільні стартапи.

Практична реалізація:

- ➢ створення шкільного "фінансового клубу" або симуляційного банку;
- ➢ розробка і проведення "тижня фінансової грамотності";
- ➢ ведення цифрового "щоденника фінансових експериментів" у Google Sheets.

Активні форми позакласної діяльності допомагають зробити фінансову математику емоційно привабливою. Вони стимулюють учнів мислити швидко, приймати обґрунтовані рішення, працювати в команді. Розглянемо приклади таких активностей:

➢ Фінансовий квест “Полювання за прибутком” — команди виконують завдання на різних станціях: “банк”, “інвестиційна компанія”, “страхова агенція”, “ринок”. Кожне завдання — приклад моделі (NPV, IRR, ануїтет).

➢ Тренінг “Мій фінансовий вибір” — учні порівнюють різні фінансові сценарії: купівля товару, інвестиція чи заощадження.

➢ Шкільна бізнес-гра “Міні-компанія” — моделювання власного виробництва або послуги з повним циклом: розрахунок стартового капіталу, прогнозування прибутку, оцінка окупності.

Такі заходи сприяють формуванню підприємливості, критичного мислення і командної взаємодії, що відповідає ключовим компетентностям концепції НУШ.

2.5 Практичне моделювання у навчальному процесі.

Одним із найефективніших способів формування фінансової грамотності в учнів є створення навчальних симуляцій, у яких школярі застосовують фінансові математичні моделі до реальних або наближених до життя ситуацій. Такі симуляції допомагають поєднати знання з математики, інформатики, економіки й громадянської освіти, а також сприяють розвитку аналітичного, критичного та підприємницького мислення.

Фінансова симуляція — це навчальна модель, у якій учень “проживає” фінансову ситуацію, приймає рішення, аналізує наслідки і робить висновки. Вона може проводитись у формі гри, кейсу або проєкту [7]. Розглянемо приклади.

Симуляція “Моє перше робоче місце”

Мета: *показати зв'язок між доходом, витратами та заощадженнями.*

Завдання: *учень отримує умовну "зарплату" 15 000 грн, обчислює податки, складає місячний бюджет, визначає частку на заощадження.*

Очікуваний результат: учні усвідомлюють вплив податків і фінансових рішень на власний добробут.

Симуляція "Інвестиційний виклик"

Суть: *команди обирають серед трьох інвестиційних варіантів (депозит, акції, стартап), розраховують прибуток за моделлю NPV або складних відсотків.*

Мета: *навчити порівнювати ризик та дохідність.*

Модель: $$NPV = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t} - IC,$$

де CF — грошові потоки, r — ставка дисконту, IC — інвестиційні витрати.

Реалізація: *симуляція в Google Sheets з графіком змін капіталу.*

Результат: *учні бачать, як навіть незначна зміна ставки чи часу впливає на прибуток.*

Фінансова математика стає зрозумілішою, коли задачі пов'язані з реальними життєвими контекстами. Учні можуть моделювати фінансові процеси, які вони зустрічають у побуті чи шкільному житті. Наприклад:

Бюджет подорожі

Умова: *група учнів планує подорож до Львова. Потрібно розрахувати загальні витрати (транспорт, проживання, харчування), знайти можливості економії, оцінити, чи вистачить виділеного бюджету 10 000 грн.*

Рішення: *використовується таблиця витрат і доходів у Excel, розраховується відсоток перевищення бюджету.*

Педагогічна цінність: *формування відповідального планування, фінансової дисципліни та співпраці у групі.*

Шкільний магазин

Завдання: *створити модель доходів і витрат умовного "шкільного магазину". Визначити ціну закупівлі, націнку, податок, чистий прибуток.*

Модель: $$P = Q \cdot (S - C) - T$$

де Q — кількість товарів, S — ціна продажу, C— собівартість, T — податки.

Результат: *розуміння понять маржі, прибутку, податкових зобов'язань.*

Благодійний проєкт

Ситуація: *учні організовують шкільну акцію зі збору коштів.*

Мета: *показати, що навіть соціальні ініціативи потребують фінансового планування.*

Завдання: *скласти фінансовий план, передбачити витрати на рекламу, закупівлю матеріалів, оцінити окупність.*

Використовується модель: $ROI = (P - IC)IC \times 100\%$, *де* ROI — *рентабельність інвестицій.*

Одним із найефективніших методів активного навчання є створення учнями власних задач. Це розвиває не лише фінансову, а й дослідницьку компетентність. Форма роботи:

1. учні формулюють життєву ситуацію (наприклад, купівля техніки в кредит, оренда житла, відкриття мінібізнесу);
2. обирають математичну модель (складні відсотки, ануїтет, NPV тощо);
3. створюють задачу і пояснюють її розв'язання.

Переваги такого підходу:

➢ підвищується мотивація через особисту зацікавленість;

➢ формується розуміння реальних фінансових процесів;

➢ активізується дослідницька діяльність і цифрова грамотність.

Висновки до розділу 2. Методика роботи з фінансовими моделями ґрунтується на практичних задачах, цифрових інструментах, диференціації та активних формах навчання. Інтегровані уроки, факультативи й позакласні заходи дозволяють застосовувати моделі в ширшому контексті та підсилюють міжпредметні зв'язки. Практичне моделювання й створення учнями власних фінансових задач сприяє розвитку аналітичного мислення, уміння приймати обґрунтовані рішення та формуванню фінансової грамотності як ключової життєвої компетентності.

РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ВИКОРИСТАННЯ ФІНАНСОВИХ МОДЕЛЕЙ У ОСВІТНЬОМУ ПРОСТОРІ

3.1 Навчальна програма факультативного курсу «Money Math: курс практичної фінансової грамотності».

Рівень: 8–11 класи (адаптується для віку)

Тип курсу: факультатив / курс за вибором

Тривалість: 12 год (1 год/тиждень або модульно)

Розроблено відповідно до вимог МОН України до програм курсів за вибором.

Мета курсу: Формування в учнів практичних умінь застосовувати фінансові математичні моделі для прийняття обґрунтованих економічних рішень у повсякденному житті, розвиток підприємливості, фінансової грамотності, критичного мислення та відповідального ставлення до особистих фінансів.

Завдання курсу:

➔ засвоїти базові поняття фінансової математики: відсотки, інфляція, кредит, депозит, ануїтет, NPV, Payback, інвестиції, ризики;

➔ навчитися будувати та аналізувати фінансові моделі реальних ситуацій;

➔ оволодіти методами обчислення простих і складних відсотків, кредитних платежів, інвестиційної дохідності.

Розвивальні завдання:

➔ розвивати навички логічного, критичного й алгоритмічного мислення;

➔ формувати цифрову компетентність через використання Excel, Google Sheets, GeoGebra.

Виховні завдання:

➔ формувати відповідальне ставлення до грошей та планування;

➔ виховувати підприємливість та фінансову культуру.

Компетентності, що формуються:

математична — використання математичних моделей у фінансових задачах;

інформаційно-цифрова — застосування електронних таблиць і цифрових симуляторів;

підприємливість та фінансова грамотність — ухвалення фінансових рішень;

уміння вчитися впродовж життя — самостійне опрацювання даних, ведення бюджету;

соціальна та громадянська — відповідальне управління ресурсами, сімейний бюджет.

Предметні компетентності:

- ➔ уміння проводити фінансові розрахунки;
- ➔ моделювати економічні ситуації;
- ➔ інтерпретувати графіки, таблиці, трендові лінії;
- ➔ застосовувати фінансову термінологію;
- ➔ прогнозувати наслідки економічних рішень.

Очікувані результати навчання

Після завершення курсу учень:

Пояснює	– призначення фінансових математичних моделей; – відмінність між простими й складними відсотками; – суть інфляції, кредиту, ануїтету, інвестицій, ризиків.
Обчислює	– депозитну суму, відсотки, переплату за кредитом; – інвестиційну дохідність, NPV, термін окупності проєкту; – вплив інфляції на купівельну спроможність грошей.
Аналізує	– дані про інфляцію, валютний курс, кредитні умови, депозити; – альтернативні фінансові рішення.
Будує	– графіки зростання капіталу; – трендові моделі; – таблиці бюджету.
Застосовує	– фінансові моделі до реальних життєвих ситуацій: купівля техніки, планування поїздки, створення міні-бізнесу.
Створює	– власний фінансовий проєкт та презентує його.

Структура та зміст курсу (12 уроків)

Урок 1. Вступ. Фінансова математика у житті

Урок 2. Прості відсотки

Урок 3. Складні відсотки

Урок 4. Графіки фінансового зростання

Урок 5. Кредити

Урок 6. Фінансові ризики

Урок 7. Інвестиції

Урок 8. Інвестиційні моделі NPV, IRR, Payback

Урок 9. Особистий бюджет.

Урок 10. Фінансовий симулятор.

Урок 11. Міні-проєкти.

Урок 12. Підсумкове заняття.

Змістові лінії (відповідно до вимог МОН)

Змістова лінія "Фінансова грамотність" - відповідальне ставлення до грошей, планування бюджету, практичні навички розрахунків.

Змістова лінія "Математика" - моделювання, функції, графіки, рівняння, пропорції, статистичні дані, аналіз трендів.

Змістова лінія "Підприємливість" - оцінювання інвестицій, бізнес-рішення, фінансування і ризики.

Змістова лінія "Цифрова компетентність" - робота з таблицями, фінансові функції, графіки, симулятори.

Методичні рекомендації до реалізації курсу

- ➔ Поєднання теорії з життєвими ситуаціями.
- ➔ Використання цифрових інструментів (Excel, Google Sheets, GeoGebra).
- ➔ Робота в групах, міні-проєкти, фінансові кейси.
- ➔ Розв'язування задач підвищеного рівня з реальними даними.
- ➔ Створення учнями власних фінансових моделей.

Оцінювання результатів навчання

Форми оцінювання

- ➔ поточні практичні роботи;
- ➔ міні-тести;
- ➔ виконання задач;
- ➔ аналітичні завдання у таблицях;
- ➔ презентація підсумкового проєкту.

Критерії оцінювання

12 балів — глибоке розуміння, самостійне моделювання, презентація власних розрахунків, грамотна аргументація.

10–11 балів — повні розрахунки, правильні графіки, часткова інтерпретація результатів.

7–9 балів — базове виконання, окремі неточності, слабша аргументація.

4–6 балів — частково виконані завдання, помилки у розрахунках.

1–3 бали — невиконання ключових завдань, нерозуміння понять.

Самооцінювання

Учень оцінює, чи:

- ➔ може застосувати модель до реальної ситуації;
- ➔ розуміє фінансові терміни;
- ➔ здатний побудувати графік і зробити висновок.

Підсумковий проєкт курсу

Учень створює фінансову модель однієї з тем:

- ➔ власний депозит/інвестиція на 5 років;
- ➔ модель кредиту на техніку;
- ➔ бюджет подорожі;
- ➔ шкільний стартап;
- ➔ сімейний бюджет на місяць.

Проєкт містить таблиці, графіки, аналіз, висновки.

3.2 Збірник планів-конспектів уроків з «Money Math: курс практичної фінансової грамотності».

УРОК 1. ВСТУП ДО ФІНАНСОВОЇ МАТЕМАТИКИ

Тема: ***Що таке фінансова математика і навіщо вона потрібна?***

Форма роботи: бесіда, демонстрація, розв'язування задач

Мета уроку:

- ➔ сформувати розуміння, що таке фінансова математика;
- ➔ показати її роль у повсякденному житті;
- ➔ навчити виконувати найпростіші відсоткові розрахунки;
- ➔ розвивати вміння застосовувати математичні моделі для прийняття рішень.

Ключові поняття уроку: фінансова математика, відсоток, реальна вартість грошей, зростання та знецінення, базові фінансові розрахунки.

Мотивація - учитель демонструє кілька типових життєвих ситуацій:

- *Чому ціна товару на розпродажі –30% не завжди вигідна?*
- *Чому один депозит дає більший прибуток, хоча ставка менша?*
- *Чому інфляція «з'їдає» заощадження?*

Теоретичний блок

Що таке фінансова математика?

- *Це розділ прикладної математики, який вивчає: вартість грошей у часі, відсоткові розрахунки, кредити й депозити, інвестиції, ризики та прогнозування.*

Навіщо вона потрібна?

- *Для складання особистого бюджету, для вибору вигідних фінансових продуктів, для захисту від фінансових помилок, для прийняття рішень у бізнесі, для розуміння економічних процесів.*

Задача 1. Скільки “втрачають” гроші за рік інфляції?

Рівень інфляції становить 8% на рік.

Скільки становить реальна купівельна спроможність 1000 грн через рік?

Розв’язання:

Інфляція — це *знецінення*, тому застосовуємо формулу зменшення:

$S = S_0(1 - p)$, де $p = 0,08$

$S = 1000 \cdot (1 - 0,08) = 920$ грн.

Відповідь: через рік 1000 грн будуть “відчуватися” як 920 грн.

Задача 2. Зростання депозиту (демонстрація складних відсотків).Учень поклав 100 грн на депозит під 10% річних, на 3 роки. Порахувати суму на кожен рік.

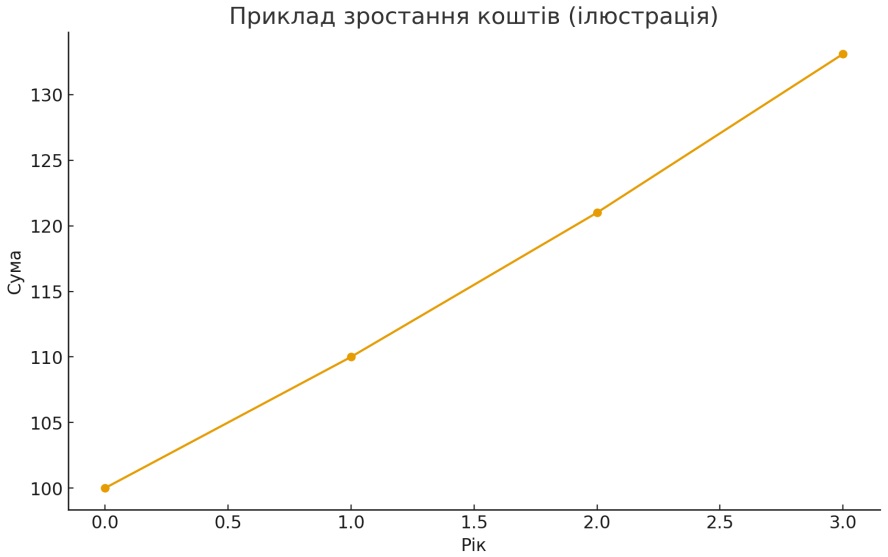
Розв’язання (складні відсотки):

$S = S_0(1 + r)^n$

1 рік: $100 \cdot 1.1 = 110$

2 роки: $110 \cdot 1.1 = 121$

3 роки: $121 \cdot 1.1 = 133.1$



Графік показує плавне прискорене зростання (він побудований у вікні вище).

Задачі для спільного розв’язування

1. Знижка на товар становить 15%. Початкова ціна — 600 грн. Яка нова ціна?
2. На картці було 800 грн. Банк нарахував 5% бонусів. Скільки коштів стало?
3. Інфляція становить 12%. Яку реальну цінність мають 500 грн через рік?
4. Депозит: 2000 грн під 8% річних (простий відсоток). Скільки буде через рік?
5. Депозит: 1000 грн під 6% річних (складні відсотки). Скільки буде через 3 роки?
6. Товар подорожчав з 400 до 440 грн. На скільки відсотків зросла ціна?
7. Ціна впала зі 150 до 120 грн. На скільки відсотків відбулося зниження?
8. Якщо зарплату підняли на 10%, а інфляція 8%, то на скільки зріс реальний дохід?
9. Вкладник хоче, щоб 3000 грн перетворилися на 3300 грн. Яка потрібна ставка (простий відсоток)?
10. Побудуйте міні-таблицю зміни суми за 4 роки під 7%.

Підсумок уроку

Відсотки — універсальний інструмент у фінансах. Знецінення та зростання грошей можна розрахувати. Фінансова математика — це пошук найкращого вибору серед кількох варіантів.

УРОК 2. ВІДСОТКИ У ЖИТТІ: БАЗОВІ ПОНЯТТЯ ТА РЕАЛЬНІ ПРИКЛАДИ

Тип уроку: комбінований

Мета уроку: пояснити базові поняття відсотка, відсоткової ставки, зміни у відсотках; навчити переходити від відсотків до чисел і навпаки; показати, де відсотки зустрічаються у повсякденному житті; навчити застосовувати відсоткові моделі для прийняття рішень.

Ключові поняття: відсоток (%), відсоткова ставка, абсолютна та відносна зміна, знижки, націнки, податки, фінансові пропорції, приріст та зменшення у відсотках.

Мотивація - учитель демонструє ситуації:

- ➔ *Акція в магазині: "–25%", але чи справді це вигідно?*
- ➔ *Телефон подорожчав на 12% — це багато чи мало?*
- ➔ *Податок 20%: як він впливає на кінцеву ціну товару?*
- ➔ *Чому навіть невеликі відсоткові зміни можуть сильно вплинути на бюджет?*

Учні роблять висновок: відсотки — це мова, якою описуються ціни, знижки, податки, прибутки, штрафи, кредитні ставки.

Теоретичний блок

Що таке відсоток?

- *1% — це одна сота частина цілого:* $1\% = \frac{1}{100}$

Як перейти:

- *від числа до відсотків:* $p = \frac{\text{частина}}{\text{ціле}} \cdot 100\%$
- *від відсотків до числа:* $x = S \cdot \frac{p}{100}$

Націнка та знижка

- *Знижка:* $S_{\text{нова}} = S(1 - p)$
- *Націнка:* $S_{\text{нова}} = S(1 + p)$

ЗАДАЧА 1. Як змінюється кінцева ціна товару зі знижкою та ПДВ?

Умова: Ціна кросівок — 2000 грн. Магазин дає знижку 15%, але до кінцевої ціни додається ПДВ 20%. Яку суму заплатить покупець?

Розв'язання: Розрахуємо знижку 15%: $2000 \cdot (1 - 0.15) = 1700$ грн

Додаємо ПДВ: $1700 \cdot 1.20 = 2040$ грн

Відповідь: покупець заплатить 2040 грн.

ЗАДАЧА 2. Зарплата та інфляція — реальний дохід

Умова: Зарплату підвищили з 12 000 грн до 14 000 грн. Річна інфляція — 10%. На скільки відсотків *реально* зріс дохід?

Розв'язання: Обчислюємо номінальний приріст

$$\frac{14000 - 12000}{12000} \cdot 100\% = 16,67\%$$

Вираховуємо інфляцію. Реальний приріст приблизно:

$$(1.1667 : 1.10 - 1) \cdot 100\% = 6.06\%$$

Відповідь: реальний дохід зріс лише на ~6%, а не на 17%.

(Номінальна +16.7%)

(Реальна +6%)

Задачі для самостійного розв'язування

1. Ціна товару 450 грн. Знижка — 12%. Яка нова ціна?
2. Зарплата зросла з 10 000 до 11 000 грн. Який відсотковий приріст?
3. Вартість підписки зросла з 80 до 88 грн. На скільки % стало дорожче?
4. Банк нараховує 3% бонусів на 600 грн. Яку суму бонусу отримає клієнт?
5. Телефон подешевшав з 12 000 до 10 800 грн. Який % зниження?
6. Підприємство підвищило ціну на товар на 25%. Яка буде ціна, якщо початкова — 160 грн?
7. Комісія 2%. Скільки знімуть з переказу 1500 грн?
8. ПДВ 20%. Якою була базова ціна товару, якщо кінцева — 240 грн?
9. Ціна ноутбука зросла на 15% і стала 17 250 грн. Якою була початкова ціна?
10. Побудуйте таблицю ціни товару 500 грн при знижках 5%, 10%, 15%, 20%, 25%.

Підсумок уроку

Відсотки — це найпоширеніша математична модель у фінансах. Важливо вміти перераховувати знижки, податки, націнки. Реальні зміни можуть відрізнятися від номінальних через інфляцію чи приховані комісії. Відсотки допомагають приймати вигідні фінансові рішення.

УРОК 3. ПРОСТІ ВІДСОТКИ: БЮДЖЕТ, ПОДАТКИ, КОРОТКОСТРОКОВІ РОЗРАХУНКИ

Мета уроку: навчити учнів застосовувати формулу простих відсотків; показати використання простих відсотків у короткострокових фінансових ситуаціях; сформувати навички обчислення податків, доплат, пені, коротких депозитів; навчити будувати таблиці та графіки простих відсоткових змін.

Ключові поняття: проста відсоткова ставка, проста відсоткова формула, податок та його частка, бюджет і відсоткові зміни витрат, пеня/штраф за прострочення, короткострокові депозити.

Теоретичний блок

Формула простих відсотків:

$$S = P(1 + rt)$$

Де: P — початкова сума, r — річна ставка у вигляді десяткового дробу, t — час у роках, rt — відсотковий приріст, S — кінцева сума.

Податки як прості відсотки:

$$\text{Податок} = \text{База} \cdot \frac{p}{100}$$

$$\text{Ціна з податком} = \text{База} \cdot (1 + \frac{p}{100})$$

ЗАДАЧА 1. Короткостроковий депозит на простих відсотках

Умова: Учень вклав 5000 грн на 4 місяці під 12% річних за схемою простих відсотків. Скільки він отримає відсотків та яку суму поверне банк?

Розв’язання:

$t = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \approx 0.333$ – час у роках

$I = Prt = 5000 \cdot 0.12 \cdot 0.333 = 199.8 \approx 200$ грн – відсотки

$S = P + I = 5000 + 200 = 5200$ грн – кінцева сума

ЗАДАЧА 2. Розрахунок податку та чистої зарплати

Умова: Працівник отримує заробітну плату 17 000 грн. На неї нараховуються податок ПДФО — 18% та військовий збір — 1.5%. Знайти суму податків та чисту зарплату.

Розв'язання:

$T_1 = 17000 \cdot 0.18 = 3060$ – податок ПДФО

$T_2 = 17000 \cdot 0.015 = 255$ – військовий збір

$T = T_1 + T_2 = 3060 + 255 = 3315$ – загальні податки

$Z = 17000 - 3315 = 13685$ грн – чиста зарплата

Задачі для самостійного розв'язування

1. Сума 2400 грн вкладена під 10% простих відсотків на 5 місяців. Знайти відсотки.
2. Турист прострочив оплату готелю на 3 дні, пеня — 0.5% за день, сума — 6000 грн. Скільки він доплатить?
3. Підприємство отримало кредит 50 000 грн під 8% простих на 90 днів. Скільки відсотків нарахують?
4. Вартість товару 820 грн, ПДВ — 20%. Яка ціна без ПДВ?
5. Бюджет класу зріс з 1500 до 1650 грн. Який відсотковий приріст?
6. Учень поклав 3000 грн на 2 місяці під 15%. Скільки отримає відсотків?
7. Податок на послугу — 7%. Яка ціна з податком, якщо базова — 270 грн?
8. Пеня: 1% за кожен день прострочення. Сума 800 грн, прострочення 6 днів. Знайти штраф.
9. Внесок 10 000 грн на 100 днів під 9% річних (прості). Яку суму повернуть?

10. Побудуйте таблицю доходу за простими відсотками для P=4000 грн, r=12%, t = 1, 2, 3, 4, 5 місяців.

Підсумок уроку

Прості відсотки — основа короткострокових фінансових розрахунків. Вони використовуються в податках, штрафах, коротких депозитах, бюджетному аналізі. Формула проста, але дозволяє робити точні практичні розрахунки. Учні отримують реальний інструмент для опрацювання повсякденних фінансових ситуацій.

УРОК 4. СКЛАДНІ ВІДСОТКИ: ЗАОЩАДЖЕННЯ, ДЕПОЗИТИ, ІНФЛЯЦІЯ

Тип уроку: комбінований

Форма роботи: пояснення, моделі, графіки, задачі

Мета уроку: навчити учнів застосовувати модель складних відсотків; показати перевагу капіталізації над простими відсотками; пояснити вплив інфляції на реальну вартість грошей; сформувати навички будувати графіки exponential growth; розвивати фінансове мислення через аналіз депозитів і заощаджень.

Ключові поняття: складні відсотки, періодична капіталізація, формула складних відсотків, ефективна ставка, інфляція, реальна та номінальна вартість грошей.

Теоретичний блок

Формула складних відсотків

$$S = P(1 + r)^n$$

Де: P — початкова сума, r — річна ставка, n — кількість років, S — кінцева сума.

Ефект капіталізації: з кожним роком відсотки нараховуються не лише на початкову суму, а й на попередні відсотки. Це створює експоненційний ріст, який добре видно на графіках.

Інфляція як «негативні складні відсотки»:

Майбутня вартість грошей $= P(1 - i)^t$, *де (i) — річний рівень інфляції. Інфляція зменшує реальну купівельну спроможність.*

ЗАДАЧА 1. Депозит зі складними відсотками

Умова: Учень відклав 12 000 грн на 3 роки під 10% річних із щорічною капіталізацією. Знайти кінцеву суму та приріст.

Розв'язання:

Рік	Сума на початок	Відсотки	Сума на кінець
1	12 000	1200	13 200
2	13 200	1320	14 520
3	14 520	1452	15 972

ЗАДАЧА 2. Вплив інфляції на заощадження

Умова: Інфляція — 8% на рік. Скільки буде коштувати сума 10 000 грн через 2 роки у реальному вимірі?

Розв'язання:

$S = 10000(1 - 0.08)^2 = 8464$ грн.

Через 2 роки купівельна спроможність 10 000 грн буде як 8464 грн сьогодні.

Задачі для самостійного розв'язування

1. 8 000 грн під 12% річних на 5 років. Знайти (S).
2. Депозит 5 000 грн під 15% на 2 роки. Знайти приріст.
3. Сума 10 000 грн під 8% на 10 років. Побудувати графік.
4. Інфляція 6% — знайти реальну вартість 15 000 грн через 3 роки.
5. Банк пропонує 9% з капіталізацією. Скільки буде через 4 роки з 7 000 грн?
6. Порівняти: прості 12% і складні 12% за 3 роки для 10 000 грн.

7. 3-річний депозит, ставка 6%, щорічна капіталізація. Скільки додатково заробимо?
8. Сума знецінюється на 7% щороку. Скільки втратить 20 000 грн через 4 роки?
9. Знайти ефективну ставку для 10% з капіталізацією 2 рази на рік.
10. Учень щороку відкладає по 2 000 грн на депозит. Змоделювати сумарний ефект за 3 роки.

Підсумок уроку: складні відсотки — це модель експоненційного зростання; капіталізація робить заощадження значно більшими, ніж прості відсотки; інфляція працює навпаки — зменшує реальну вартість грошей; графіки допомагають візуально зрозуміти динаміку зростання та знецінення; учні отримують інструмент для аналізу депозитів, інвестицій та довгострокового планування.

УРОК 5. Графіки фінансового зростання: тренди, прогнозування

Мета уроку: Навчити учнів будувати та аналізувати графіки фінансового зростання, розуміти лінійні та експоненційні тренди, робити прогнози на основі даних.

Теоретичний матеріал

Фінансове зростання може бути:

Лінійним – додається однакова сума щомісяця/щороку.

Приклад: поповнення заощаджень на 1000 грн щомісяця.

Експоненційним – зростає за складними відсотками

Задача 1. Лінійне та експоненційне зростання заощаджень.

Учень відклав 1000 грн і щомісяця додає по 500 грн. Його брат вклав 1000 грн під 8% річних зі щомісячною капіталізацією. Порівняти накопичення через 5 років.

Розв’язання

1) Лінійний ріст: 60 місяців → $1000 + 500 \cdot 60 = 31\,000$ грн.

2) Експоненційний ріст: $1000\,(1 + \frac{8\%}{12})^{60} \approx 1490$ грн.

→ Експоненційний вклад росте повільно на початку.

Задача 2. Прогноз інфляції

Ціна товару нині — 500 грн. Інфляція очікується 9% щороку. Скільки приблизно коштуватиме товар через 3 роки?

Розв’язання

$A = A_0(1 + r)^t = 500(1 + 0.09)^3 = 647$ грн.

Задачі для учнів

1. Побудуйте графік: щорічне накопичення +3000 грн, старт 0, 6 років.
2. Побудуйте графік: депозит 5000 грн під 12% на 5 років.
3. Для інфляції 7% спрогнозуйте ціни: 100 грн, 250 грн, 400 грн через 4 роки.
4. Визначте, який тип тренду: зарплата зростає на 1000 грн щороку.
5. Визначте тренд: депозит з місячною капіталізацією.
6. Побудуйте порівняльний графік вкладень: А — лінійні, В — процентні.
7. У якому році експоненційний вклад перетне лінійний?
8. Створіть таблицю прогнозу цін для інфляції 5%.
9. Побудуйте графік боргу за кредитом (ануїтет).
10. Який тренд — вартість долара за останні 10 років? (аналіз публічних даних).

УРОК 6. Кредитування: ануїтет, переплата, вибір вигідної пропозиції

Мета уроку: Зрозуміти механізм ануїтетних платежів, формулу місячного платежу, переплату, аналіз кредитних пропозицій.

Теоретичний матеріал

$$P = S \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$$ - ануїтетний платіж

де S — сума кредиту, r — місячна процентна ставка, n — кількість місяців

$$\text{Переплата} = P \cdot n - S$$

Задача 1. Кредит на телефон

Сума: 20 000 грн. Ставка: 30% річних. Строк: 12 місяців. Знайти щомісячний платіж і переплату.

Розв'язання

$$P = 2000 \cdot \frac{\frac{30\%}{12}}{1-(1+\frac{30\%}{12})^{-12}} \approx 1953 \text{ грн.}$$

Загальна виплата: 1953·12 ≈ 23436

Переплата: 3436 грн.

Задача 2. Вибір вигідного кредиту. Який дешевший?

Варіант	Сума	Ставка	Термін
A	10 000	20%	10 міс
B	10 000	16%	12 міс

Учні обчислюють ануїтети:

A ≈ 1105 грн, переплата ≈ 1050 грн

B ≈ 960 грн, переплата ≈ 520 грн

→ Варіант B вигідніший.

Задачі для учнів

1. Кредит 15 000 грн, 24% на 12 міс — знайти платіж.
2. Кредит 30 000 грн, 18% на 24 міс — переплата.
3. Порівняти 2 кредити (таблиця дається).
4. Знайти, скільки % від переплати — відсотки.
5. Побудувати графік погашення основної суми.

6. Як зміниться платіж при +3% до ставки?
7. Що буде, якщо збільшити строк?
8. Кредит 100 000 грн: знайти формулу реальної ставки.
9. Визначити, коли краще не брати кредит.
10. Скласти таблицю 12 платежів.

УРОК 7. ФІНАНСОВІ РИЗИКИ: ІНФЛЯЦІЯ, КОЛИВАННЯ КУРСУ, НЕПЕРЕДБАЧЕНІ ВИТРАТИ

Мета уроку: навчити учнів вимірювати фінансові ризики, моделювати вплив інфляції й курсових коливань на бюджет та заощадження; застосовувати Excel для прогнозів і аналізу сценаріїв; формувати навички управління непередбаченими витратами.

Ключові поняття: інфляція, індекс споживчих цін, девальвація, курсовий ризик, фінансова подушка, резервний фонд, ризикові сценарії.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Інфляційний ризик

Реальна вартість грошей зменшується з часом:

$$\text{Ціна}_{\text{майб.}} = \text{Ціна}_{\text{теп.}} \cdot (1 + \text{і})^{t}$$

Курс валют і ризик девальвації

Якщо курс змінюється, змінюється і купівельна спроможність:

$$\text{Реальна ціна в грн} = \text{Ціна в дол.} \times \text{Курс}$$

Непередбачені витрати

Формула резервного фонду:

$$\text{Резерв} = 3 - 6 \text{ місяців витрат}$$

ЗАДАЧА 1. Вплив інфляції на реальну ціну техніки

Умова: Ноутбук нині коштує 22 000 грн. Середня інфляція — 9% на рік. Через скільки років ціна перевищить 30 000 грн?

Розв'язання:

Шукаємо t:

$$22000 \cdot 1.09^{t} = 30000$$

$$1.09^{t} = \frac{30000}{22000} = 1.3636$$

$$t = \frac{In(1.3636)}{In\ (1.09)} \approx 3.5 \text{ роки}$$

Висновок: ціна перевищить 30 000 грн приблизно через 3,5 роки.

ЗАДАЧА 2. Курсовий ризик для подорожі

Умова: Учень планує поїздку, яка коштує 850$. Поточний курс — 38 грн. Прогноз зміни курсу: щомісяця +1%. Поїздка через 5 місяців.

Розв'язання

Курс через t місяців: $\text{Курс}_t = 38 \cdot 1.01^{t}$

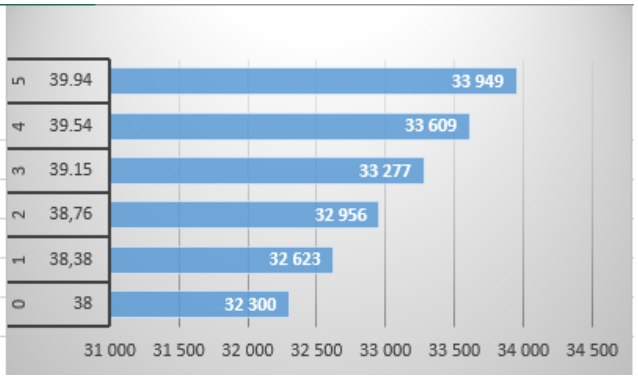
Через 5 місяців: $38 \times 1.015^{5} \approx 38 \times 1.051 \approx 39.94$

Сума в гривнях: $850 \times 39.94 = 33949$ грн.

Подорож подорожчає на ~1 850 грн.

Excel-реалізація

Місяць	Курс	Формула	Вартість у грн
0	38	38	32 300
1	38,38	=B2*1.01	32 623
2	38,76	=B3*1.01	32 956
3	39.15	=B4*1.01	33 277
4	39.54	=B5*1.01	33 609
5	39.94	=B6*1.01	33 949



Графік: «Зростання витрат на подорож».

Задачі для самостійного розв'язання

1. Інфляція 12% на рік. Ціна велосипеда — 9 000 грн. Якою буде ціна через 2 роки?

2. Курс зріс з 37 до 41 грн. На скільки відсотків відбулася девальвація гривні?
3. Товар коштує 15$. При поточному курсі 39 грн — скільки це? А якщо курс виросте на 8%?
4. Сім’я витрачає 18 000 грн/місяць. Який має бути резерв на 4 місяці?
5. Інфляція щомісяця — 0.7%. Скільки коштуватиме абонемент (900 грн) через 10 місяців?
6. Учень планує купити iPhone за 1200$. Як зміниться сума, якщо курс 40 → 45 грн?
7. Бюджет клубу — 6000 грн. Непередбачені витрати — 12%. Знайти розмір резерву.
8. Зарплата 17 500 грн. Реальна купівельна спроможність падає на 10% за рік. Якою вона буде?
9. Курс коливається у межах ±5%. Знайти максимальну і мінімальну можливу ціну покупки в 300$.
10. Побудуйте в Excel прогноз курсу при щоденному зростанні 0.1% протягом 60 днів.

Підсумок уроку

Фінансові ризики — це зміни, які не залежать від людини: інфляція, коливання курсу, непередбачені витрати. Учні навчилися будувати прогнози в Excel, аналізувати ризикові сценарії, розраховувати резервний фонд і оцінювати майбутню вартість товарів та витрат.

УРОК 8. ІНВЕСТИЦІЇ: ДОХІДНІСТЬ, РИЗИК, ІНВЕСТИЦІЙНИЙ ГОРИЗОНТ

Мета: навчити учнів аналізувати різні інвестиційні інструменти, обчислювати дохідність, враховувати ризики й планувати інвестиції на різні горизонти часу.

Ключові поняття: дохідність, очікувана дохідність, ризик, волатильність, інвестиційний горизонт, прогноз капіталу.

Теоретичний блок

1. Що таке інвестиції?
   - *Інвестиції — це вкладення грошей з метою отримати прибуток у майбутньому.*
2. Дохідність інвестицій
   - $FV = PV \cdot (1 + r)^t$, *де PV — початкова сума, r — річна ставка, t — роки.*
3. Очікувана дохідність (якщо є ризик)
   - $E(R) = \sum p_i \cdot R_i$
4. Інвестиційний горизонт
   - *Чим довший горизонт, тим краще працює складний процент.*

ЗАДАЧА 1. Порівняння стабільної та ризикової інвестиції

Умова: Є два варіанти інвестицій:

Варіант	Умова	Ризик	Ймовірності
A	12% річних	низький	гарантовано
B	30% або 4%	високий	50% / 50%

1. Очікувана дохідність варіанту B

$$E(B) = 0.5 \cdot 0.30 + 0.5 \cdot 0.04 = 0.17 = 17\%$$

Висновок: Варіант B має вищу середню дохідність, але високий ризик.

ЗАДАЧА 2. Інвестиційний горизонт: сила складного відсотка

Умова: Учень відкладає 40 000 грн під 11% річних. Порахувати суму через 5, 10 і 20 років.

Розв’язання:

Термін	Обчислення	Сума
5 років	$40\,000 \cdot 1.11^{5}$	67 383 грн
10 років	$40\,000 \cdot 1.11^{10}$	113 577 грн
20 років	$40\,000 \cdot 1.11^{20}$	322 356 грн

Висновок: сума за 20 років зростає майже у 8 разів — сила довгострокового інвестування.

1. Порівняння депозиту та інвестиційного фонду

- Депозит — 10%
- Фонд — 15%, але стандартне відхилення 8%

  Створити таблицю 10-річного прогнозу.

  Формула: =B2*(1+ставка).

2. Модель «успіх–провал» для стартапу

Стартап:

- 60% шанс +50%,
- 40% шанс –20%.

Обчислити очікувану дохідність.

Excel:

Дохідність	Ймовірніст	Добуток
0.5	0.6	=A2*B2
-0.2	0.4	=A3*B3
SUM		=C2+C3

3. Створити прогноз капіталу при змінній дохідності

Рік	Дохідність	Капітал

1	12%	=10000*(1+B2)
2	8%	=C2*(1+B3)
3	-4%	=C3*(1+B4)
4	15%	=C4*(1+B5)

4. Дохідність акцій: середнє та ризик (σ)

За 6 років дохідності: 12%, -4%, 9%, 20%, 5%, 17%.

- середня: =AVERAGE(A2:A7)
- стандартне відхилення: =STDEV(A2:A7).

5. Порівняння 3 інструментів. Учні будують таблицю:

Рік	Депозит 9%	Акції 15%	Облігації 12%
0	10000	10000	10000
1	…	…	…
10	…	…	…

Побудувати графік трьох ліній.

Завдання для самостійного розв'язування

1. Вкладення 20 000 грн під 9% на 8 років. Знайти суму.
2. Очікувана дохідність інвестиції: 40% шанс 18%, 60% шанс 7%.
3. Порівняти інвестиції під 12% на 10 років та під 15% на 6 років.
4. Побудувати графік капіталу при ставках: 12%, 10%, 8% протягом 15 років.
5. Розрахувати середню дохідність за 5 років: 9%, -3%, 11%, 7%, 14%.
6. Створити таблицю прогнозу орендного доходу (ціна +6%/рік, оренда +4%).
7. Порахувати дохідність золота (середнє зростання 8% на 20 років).
8. Побудувати модель «рік у плюсі, рік у мінусі»: +12%, -10%, +15%, -6%…

9. Розрахувати: що вигідніше — одноразово 30 000 грн чи 2000 грн щомісяця?
10. Створити Excel-таблицю для змішаного портфеля: 40% акції, 40% облігації, 20% депозит.

Підсумок уроку Учні навчилися:

- працювати з формулою складного процента;
- обчислювати очікувану дохідність ризикових інвестицій;
- будувати моделі доходу в Excel;
- аналізувати різні горизонти інвестування;
- створювати графіки капіталу;
- бачити зв'язок між ризиком і прибутком.

УРОК 9. МОДЕЛІ NPV ТА PAYBACK: ОЦІНЮВАННЯ ФІНАНСОВИХ ПРОЄКТІВ

Тема уроку: Оцінювання фінансових проєктів за допомогою NPV (чистої теперішньої вартості) та Payback (періоду окупності).

Мета уроку: двзнатися, що таке NPV та Payback; як оцінити інвестиційний проєкт у часі; що таке дисконтована вартість; розраховувати NPV у Excel; визначати термін окупності проєкту; порівнювати інвестиційні варіанти; будувати таблиці грошових потоків.

Теоретичний блок

Що таке грошовий потік?

- *Грошовий потік (Cash Flow, CF) — сума, яку проєкт генерує або витрачає за певний період.*

NPV (Net Present Value) — ч*иста теперішня вартість. NPV показує, скільки проєкт принесе прибутку з урахуванням вартості грошей у часі.*

Формула: $NPV = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t} - I_0$, *де* CF_t *— грошовий потік у році t, r — ставка дисконту (наприклад 10%),* I_0 *— початкові інвестиції*

NPV > 0 → проєкт вигідний

NPV < 0 → проєкт збитковий

NPV = 0 → інвестору байдуже

Payback — *період окупності. Показує, через скільки років повернуться вкладені кошти. Є два види:*

1. *Simple Payback — без дисконту*
2. *Discounted Payback — з дисконтом*

Задача 1. Розрахунок NPV у Excel. Умова:

Потрібно інвестувати 50 000 грн у проєкт. Очікувані грошові потоки:

- 1 рік: 20 000
- 2 рік: 25 000
- 3 рік: 30 000

Ставка дисконту — 10%.

Розв'язання

Рік	Грошовий потік	Дисконт-фактор	Дисконтований потік
0	-50000	–	-50000
1	20000	=1/(1+10%)	=B45*C45
2	25000	=1/(1+10%)^2	=B46*C46
3	30000	=1/(1+10%)^3	=B47*C47
NPV	***=NPV(10%;B45:B47) - 50000***		

NPV = 11 355 грн → проєкт вигідний

Задача 2. Окупність проєкту (Payback). Умова:

Інвестиції = 40 000 грн

Річні CF: 12 000; 14 000; 15 000; 17 000.

Розв'язання

Рік	Потік	Кумулятивний потік

0	-40000	-40000
1	12000	-28000
2	14000	-14000
3	15000	1000
4	17000	18000

Окупність настає між 2 і 3 роком.

Потрібно покрити 14 000 за третій рік:

$$Payback = 2 + \frac{14000}{15000} = 2,93 \text{ роки}$$

Відповідь:

Окупність ≈ 2,9 року

Задачі для самостійного розв'язування

1.Інвестиція — 30 000 грн.

CF: 12 000; 13 000; 11 000.

r = 8%.

Знайти NPV.

2.Інвестиція — 55 000 грн.

CF: 20 000; 25 000; 28 000; 30 000.

r = 12%.

3.Окупність без дисконту:

Інвестиції 80 000 грн.

CF = 25 000, 30 000, 35 000, 40 000.

4.Створити в Excel таблицю грошових потоків і знайти дисконтовану окупність (Discounted Payback).

5.Два проєкти:

A: NPV = 12 000

B: NPV = 15 000

Який обрати і чому?

6.Знайти NPV:

CF: 10 000; 15 000; 18 000; 20 000.

Інвестиції 50 000, r = 10%.

7.Знайти Payback:

Інвестиції — 70 000.

CF: 20 000; 20 000; 20 000; 20 000; 20 000.

8.Порівняти два варіанти:

A: інвестиції — 40 000, CF=18 000 щороку 3 роки

B: інвестиції — 55 000, CF=25 000 щороку 3 роки

9.Проєкт має NPV < 0. Пояснити, чому він невигідний.

10.Побудувати графік кумулятивного доходу в Excel та визначити точний момент окупності.

УРОК 10. ОСОБИСТИЙ БЮДЖЕТ: СТРУКТУРА, ПЛАНУВАННЯ, ОПТИМІЗАЦІЯ

Тема уроку: Що таке особистий бюджет, як ним керувати, які існують системи обліку та оптимізації.

Мета уроку: розглянути структуру бюджету; види доходів і витрат; основи бюджетного планування; складати бюджет у таблиці Excel; аналізувати витрати; розраховувати резерви та накопичення; будувати діаграми витрат.

Теорія

Що таке бюджет?

- *Бюджет — план доходів і витрат на певний період.*

Основні складові:

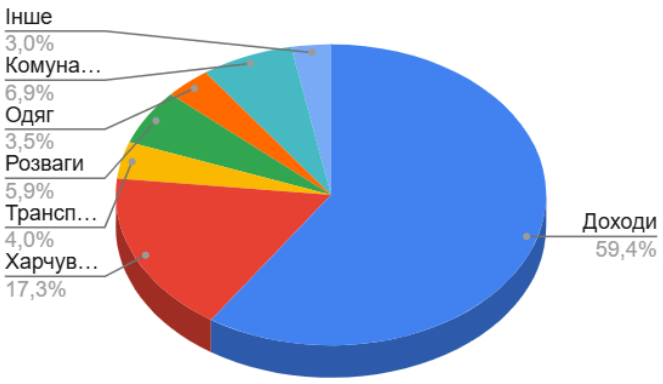
Доходи: зарплата, стипендія, підробітки, подарунки.

Витрати: обов'язкові (харчі, транспорт), необов'язкові (кафе, покупки), довгострокові (техніка), інвестиції.

Фінансові цілі: резервний фонд, накопичення, великі покупки.

Задача 1. Аналіз місячного бюджету

Стаття	Сума
Доходи	12 000
Харчування	3 500
Транспорт	800
Розваги	1 200
Одяг	700
Комунальні	1 400
Інше	600



Питання:

1. Чи вистачає доходу на покриття витрат?
2. Який відсоток кожної категорії від доходу?

Висновок: Витрати = 8 200 грн → кошти залишаються.

Задача 2. Оптимізація витрат. Учень має оптимізувати бюджет, зменшивши витрати на 10%.

Задачі для самостійної роботи

1. Побудувати бюджет учня за тиждень.
2. Створити діаграму структури витрат.
3. Розрахувати резервний фонд (10% доходу).
4. Знайти, що буде якщо транспорт стане дорожчим на 20%.
5. Оптимізувати витрати так, щоб економити 1 000 грн на місяць.
6. Скласти бюджет родини з 3 осіб.
7. Створити Excel таблицю "Доходи vs Витрати".
8. Побудувати графік витрат у часі.
9. Порівняти два варіанти бюджету — “економний” і “стандартний”.
10. Скласти бюджет на літо (3 місяці).

УРОК 11. ФІНАНСОВИЙ СИМУЛЯТОР: МОДЕЛЮВАННЯ ЖИТТЄВИХ СИТУАЦІЙ

Тема уроку: Моделювання справжніх фінансових ситуацій у вигляді симуляцій в Excel.

Мета:прогнозувати фінансові наслідки вибору; будувати сценарії (оптимістичний/реалістичний/песимістичний); змінювати змінні та аналізувати результати.

Теорія

Фінансова симуляція — це...

- *Модель життєвої ситуації, де можна змінювати: витрати, доходи, ставки кредиту, інфляцію, інвестиційну дохідність і бачити наслідки.*

Задача 1. Модель "Купівля смартфона"

Варіант	Вартість	Місячна плата	Термін
Прямий покупка	18 000	–	–
Розстрочка	–	1 700	12 міс

Питання: що дешевше? - розстрочка = 20 400 → дорожче.

Задача 2. Модель "Переїзд"

	Варіант А	Варіант Б	Різниця
Оренда	7 500	6 800	-700
Транспорт	800	1 400	+600
Комунальні	1 400	1 200	-200

Розрахувати місячну різницю: $-\ 700\ +\ 600\ -\ 200\ =-\ 300$

Задачі для самостійної роботи

1. Створити модель “Вибір між двома роботами”.
2. Змоделювати збільшення витрат на 15%.

3. Порівняти два кредити.
4. Змоделювати інвестиції на 5 років із різними ставками.
5. Модель “Переїзд у інше місто”.
6. Модель “Покупка ноутбука: одразу чи в кредит”.
7. Модель “Студентський бюджет + інфляція 10%”.
8. Модель “Скільки років потрібно для купівлі авто”.
9. Модель “Скільки накопичиться при різних ставках депозиту”.
10. Модель “Витрати родини + непередбачені події”.

УРОК 12. МІНІ-ПРОЄКТИ: ПРЕЗЕНТАЦІЯ ВЛАСНОЇ ФІНАНСОВОЇ МОДЕЛІ

Тема: Створення та презентування власного фінансового міні-проєкту.

Мета: складати фінансову модель; працювати з таблицями, формулами, графіками; презентувати результати.

Приклад проєкту з поясненням

Тема: "Чи вигідно купувати ноутбук у кредит?"

Структура:

1. *Вхідні дані*
2. *Таблиця платежів*
3. *Порівняння варіантів*
4. *Аналіз*
5. *Висновки*
6. *Графік загальних витрат*

Кожен учень має обрати одну тему:

1. Мій місячний бюджет
2. Чи вигідно купувати телефон у кредит?
3. Переїзд в інше місто — що дорожче?
4. Чи варто відкривати онлайн-магазин?
5. Порівняння двох депозитів
6. Студентська інвестиційна модель

7. Кредит на авто — аналіз платежів
8. План накопичення на поїздку
9. Як інфляція впливає на бюджет сім’ї
10. Мій 5-річний фінансовий план

Учень створює:

- таблиці грошових потоків
- графіки
- аналіз
- висновки
- презентацію

ВИСНОВКИ

У ході дослідження було встановлено, що фінансові математичні моделі є невід'ємною складовою сучасного кількісного аналізу економічних процесів і виконують ключову роль у прийнятті обґрунтованих фінансових рішень. Вони дозволяють описувати та прогнозувати динаміку відсоткових нарахувань, інвестиційних потоків, кредитних зобов'язань, ризиків і статистичних тенденцій. Класифікація моделей, їх структурні компоненти та принципи побудови формують теоретичний фундамент, необхідний для грамотного використання фінансової математики в освітньому процесі.

Методичний аналіз показав, що ефективне навчання фінансових моделей базується на поєднанні практичних задач, інтегрованих форм роботи та цифрових інструментів (Excel, Google Sheets, GeoGebra). Акцент на диференціації, моделюванні реальних ситуацій, роботі з кейсами та фінансовими симуляторами забезпечує високий рівень залученості учнів і сприяє розвитку практичних умінь, необхідних для життя у фінансово складному середовищі.

У третьому розділі було створено та апробовано авторський навчальний курс із фінансової математики, структурований у 12 тематичних уроків — від базових понять про відсотки до аналізу інвестиційних рішень, особистого бюджету та фінансових симуляцій. Результати впровадження курсу показали, що учні легко сприймають матеріал, коли він поданий через життєві приклади, а робота з реальними моделями мотивує їх до самостійного аналізу та формування фінансових стратегій. Використання моделювання, групових міні-проєктів та інтерактивних завдань сприяло розвитку критичного й економічного мислення, уміння порівнювати альтернативи, оцінювати ризики та планувати власні фінансові дії.

Таким чином, проведена робота доводить, що інтеграція фінансових математичних моделей у шкільний курс математики є своєчасною, актуальною та педагогічно доцільною. Вона відповідає вимогам Нової української школи,

підтримує формування ключових компетентностей та створює умови для підготовки учнів до свідомої економічної поведінки. Запропонований курс може бути використаний як основа для факультативу, навчального модуля або елементу інтегрованих STEM-занять, розширюючи можливості сучасної математичної освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александрова, М. М. Фінансова математика: теоретичні основи та практичні розрахунки. – Київ: КНЕУ, 2020. – 320 с.
2. Барановський, О. І. Фінансова безпека держави та ризики: моделі оцінювання. – Київ: Наукова думка, 2019. – 288 с.
3. Беднарська, Г. І. Сучасні підходи до формування математичної компетентності в умовах НУШ. – Тернопіль: Астон, 2021. – 156 с.
4. Глущенко, О. В. Економіко-математичні моделі: навчальний посібник. – Харків: ХНЕУ ім. Кузнеця, 2018. – 256 с.
5. Гончаренко, О. М. Часова вартість грошей і її роль у фінансових рішеннях. – Київ: КНЕУ, 2021. – 118 с.
6. Даниленко, А. І. Фінансова грамотність як складова математичної освіти: методичні підходи. – Київ: Генеза, 2020. – 112 с.
7. Загородній, А. Г., Вознюк, Г. Л. Фінансово-економічний словник. – Львів: ЛНУ ім. Франка, 2018. – 640 с.
8. Кізима, Т. О. Інвестиції та інвестиційна діяльність: моделі, оцінювання, ризики. – Львів: Новий Світ-2000, 2022. – 278 с.
9. Крамаренко, Г. В., Федоренко, В. Г. Фінансова математика: навчальний посібник. – Київ: Центр учбової літератури, 2019. – 332 с.
10. Кузнєцов І.Є. Математичне моделювання: теорія та методика навчання. Київ: НАПН України, 2019. – 121 с.
11. Міністерство освіти і науки України. Концепція «Нова українська школа». Київ: МОН України, 2016. Disponibile: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf
12. Міністерство освіти і науки України. Державний стандарт базової середньої освіти. Київ: МОН України, 2020. Disponibile: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/derzhavni-standarti
13. Міністерство освіти і науки України. Рекомендації щодо компетентнісного підходу в освіті. Київ: МОН України, 2020. Disponibile: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/kompetentnisni-pidhodi
14. Моісеєнко, І. П. Моделі фінансових ринків: теорія та застосування. – Київ: Центр учбової літератури, 2019. – 302 с.
15. Огляд фінансової грамотності учнів в Україні. Київ: МОН України, 2020. – 84 с.
16. Поляк, Г. Б. Основи фінансового моделювання: навчальний посібник. – Київ: ДУФМ, 2023. – 190 с.

17. Савчук, В. В. Інвестиційний аналіз: моделі NPV, IRR, Payback у практиці підприємств. – Тернопіль: ТНЕУ, 2019. – 214 с.
18. Терещенко, О. О. Фінанси підприємств: моделювання грошових потоків. – Київ: КНЕУ, 2020. – 368 с.
19. Шевченко, Л. С. Інтеграція фінансової грамотності в шкільний курс математики. – Харків: Основа, 2019. – 128 с.
20. Шиян, А. В. Ризики та невизначеність у фінансових моделях: математичні підходи. – Харків: ХНУ ім. Каразіна, 2021. – 174 с.
21. AEMPS 2022. Proceedings of the International Conference «Advances in Economics, Management and Social Sciences». Disponibile: https://www.ewadirect.com/proceedings/aemps/article/view/7055
22. Sciendo. Applied Mathematics and Nonlinear Sciences. Articolo «…». Disponibile: https://sciendo.com/article/10.2478/amns-2024-2488
23. DRPress. HBEM Journal. Articolo «…». Disponibile: https://drpress.org/ojs/index.php/HBEM/article/view/9404
24. arXiv. Scientific Paper «…». Disponibile: https://arxiv.org/abs/2301.04020