Карпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики та інформатики і методики навчання

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти
на тему **«Застосування ІКТ для узагальнення та систематизації знань при вивченні методу координат»**

Виконав(ла):
магістрант(ка) групи СОМ(М)-2
спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)

Васильків Іванна
(прізвище та ім'я здобувача освіти)

Керівник Кульчицька Н.В.
(прізвище та ім'я)

Рецензент _____
(прізвище та ім'я)

Івано-Франківськ – 2025 р.

ЗМІСТ

ВСТУП 3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ ПРИ ВИВЧЕННІ КООРДИНАТНО-ВЕКТОРНОГО МЕТОДУ 6
1.1. Функції, види, етапи та принципи узагальнення та систематизації....6
1.2. Історичні відомості про координати та вектори 16
1.3. Суть координатно-векторного методу розв'язування задач 18
Висновки до 1 розділу.....22
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ ПРО КООРДИНАТИ ТА ВЕКТОРИ ...23
2.1. Аналіз навчальних програм та матеріалу щодо координат та векторів 23
2.2. Пропедевтика вивчення координатно-векторного методу 26
2.3. Дидактичні особливості проведення уроків узагальнення та систематизації знань про координатно-векторний метод розв'язування задач.....41
Висновки до 2 розділу.....45
РОЗДІЛ 3. ЗАСТОСУВАННЯ ІКТ ДЛЯ УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ ПРИ ВИВЧЕННІ КООРДИНАТНО-ВЕКТОРНОГО МЕТОДУ 47
3.1. Переваги використання ІКТ в освітньому процесі 47
3.2. Використання інтерактивних програм для візуалізації координатно-векторного методу.....50
3.3. Платформи для створення інтерактивних завдань на застосування координатно-векторного методу.....54
Висновки до 3 розділу.....60
ВИСНОВКИ 62
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 65
ДОДАТКИ.....70

ВСТУП

Актуальність дослідження. Математика є основою для пізнання світу, а її роль у систематизації та узагальненні знань учнів важко переоцінити. Норберт Вінер, один із видатних математиків, зазначав, що мета математики полягає в тому, щоб виявити прихований порядок у хаосі навколишнього світу. Впорядкування знань у процесі навчання допомагає учням орієнтуватися в розмаїтті інформації, що вивчається, а також покращує їхні логічні здібності. Одним із ефективних методів упорядкування є узагальнення та систематизація знань.

Математичне мислення дозволяє учням розвивати навички аналізу, узагальнення та міркування, що є важливою частиною навчання. Узагальнення та систематизація знань сприяють не тільки оцінці досягнень учнів, а й допомагають виявити прогалини в їхньому розумінні та своєчасно коригувати процес навчання. Відомий педагог Я. А. Коменський вважав, що знання повинні ґрунтуватися на попередньому досвіді, а нові знання закріплювати попередні. Цю ідею також підтримували Л. С. Виготський та В. В. Давидов, які акцентували увагу на важливості узагальнення для розвитку учнів.

Методика узагальнення та систематизації знань була детально розроблена В. А. Далінгером, який запропонував класифікацію та стратегії застосування цього підходу в навчальному процесі. Водночас, із розвитком науково-технічного прогресу та збільшенням обсягу матеріалу, що вивчається, виникла потреба в удосконаленні методів систематизації знань, що дозволяють учням ефективно опановувати новий матеріал.

Навчальні програми не приділяють достатньо уваги застосуванню методу координат при розв'язуванні задач, що обмежує можливості учнів для глибшого розуміння та застосування цього методу. Початкові відомості про

координати даються в 5–6 класах, але зв'язок між темами алгебри та геометрії часто не помітний учням, що ускладнює засвоєння методу. Оскільки цей метод має велике значення для багатьох дисциплін, таких як алгебра, геометрія, фізика та астрономія, інтеграція міжпредметних зв'язків у процесі навчання є необхідною.

Метою дослідження постає розробка методики узагальнення та систематизації знань учнів при вивченні методу координат з використанням інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), що сприятиме поглибленому засвоєнню математичних понять, розвитку просторових уявлень та навичок розв'язування задач за допомогою координатно-векторного методу..

Завдання дослідження наступні:

1. Розкрити основні педагогічні засади узагальнення та систематизації знань учнів під час вивчення методу координат, зокрема їхню роль у формуванні математичного мислення.
2. Оцінити дідактичні особливості застосування методу координат на уроках математики в основній і старшій школі.
3. Дослідити можливості застосування інформаційно-комунікаційних технологій для узагальнення та систематизації знань учнів при вивченні координатно-векторного методу.
4. Розробити систему інтерактивних завдань та методичних рекомендацій для використання ІКТ на уроках з методу координат.
5. Оцінити ефективність використання ІКТ для візуалізації координатно-векторного методу та його застосування в процесі розв'язування задач.

Об'єкт дослідження: процес навчання учнів методу координат у основній та старшій школі.

Предмет дослідження: методичні особливості узагальнення та систематизації знань учнів при вивченні координатного методу.

Методи дослідження: теоретичні (аналіз та узагальнення науково-методичної літератури, порівняння підручників, уточнення змісту понять); емпіричні (спостереження за процесом навчання, бесіди з учителями та учнями, аналіз педагогічного досвіду).

Практичне значення роботи полягає в тому, що її методичні рекомендації можуть бути використані вчителями математики для підготовки уроків, а також у процесі самостійного вивчення методу координат учнями. Крім того, результати можуть бути корисними для студентів педагогічних закладів при вивченні методики навчання математики та в процесі педагогічної практики.

Структура роботи: робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ ПРИ ВИВЧЕННІ КООРДИНАТНО-ВЕКТОРНОГО МЕТОДУ

1.1. Функції, види, етапи та принципи узагальнення та систематизації

Сутність процесу узагальнення може бути розглянута з різних точок зору: філософської, психологічної та педагогічної. У філософії узагальнення визначається як логічний метод, який допомагає встановити загальні характеристики та властивості предметів, а також як перехід від окремого до загального. В психології узагальнення — це «процес пізнання, в якому виділяються стійкі властивості предметів та їх взаємозв'язки» []. Л. С. Виготський трактує узагальнення як особливий спосіб відображення дійсності в свідомості людини []. У методичних посібниках з математичного навчання узагальнення розглядається як операція виділення загальних властивостей, притаманних певному класу предметів.

В. А. Далінгер у своїй роботі описує узагальнення як «метод систематизації математичних знань і навичок». Систематизація, в свою чергу, є процесом організації здобутих знань у єдину наукову систему, де встановлюється їх єдність. Систематизація знань учнів сприяє виявленню їхніх успіхів у засвоєнні теми, підвищенню результативності навчання, а також допомагає визначити слабкі місця та прогалини, що дозволяє створити умови для подальшого зацікавлення учнів до активної діяльності.

Узагальнення та систематизація знань здійснюються через різні підходи, засоби та методи. Важливо, щоб основою цих процесів було виявлення та осмислення учнями основних понять та їх взаємозв'язків із вже засвоєними знаннями, а не просто подача готових фактів учителем. Учні повинні усвідомлювати, що розрізнені відомості є однією з причин труднощів

у вивченні математики, що може призвести до нерозуміння матеріалу і зниження інтересу до предмету. Згрупований та систематизований матеріал легше запам'ятовується та зручний у застосуванні в різних ситуаціях.

Практика показує, що систематичний виклад матеріалу в підручниках із наступним повторенням не завжди забезпечує достатній рівень засвоєння математичних знань. Для цього необхідна чітка організація навчальної діяльності учнів на кожному уроці, при цьому велика роль відводиться самостійному логічному упорядкуванню навчального матеріалу учнями. Варто врахувати, що осмислена самостійна систематизація вимагає певного рівня базових знань і розумового розвитку, на формування яких має бути спрямована діяльність учнів [].

Для ефективного проведення узагальнення та систематизації навчального матеріалу важливо враховувати функціональні можливості цього етапу навчального процесу. Узагальнення та систематизація не лише забезпечують логічне впорядкування засвоєних знань, а й виконують низку важливих дидактичних, контролюючих та розвивальних завдань. Їх комплексне застосування дозволяє оптимізувати освітню діяльність, забезпечити цілісність знань здобувачів освіти та підвищити результативність навчання. Основні функції, що реалізуються під час узагальнення та систематизації, подано у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

Функції узагальнення та систематизації знань

Функція	**Сутність та зміст**
Оцінювальна (контрольно-діагностична)	Спрямована на визначення рівня засвоєння знань, умінь та навичок; дає змогу з’ясувати ступінь інтелектуального розвитку учнів і рівень володіння методами пізнавальної діяльності.
Систематизувальна	Забезпечує впорядкування набутих знань, визначає початковий рівень для подальшого навчання; дозволяє

	порівняти заплановані результати з фактичними та оцінити ефективність використаних методів навчання.
Навчальна	Поглиблює і структурує вивчений матеріал; формує цілісне уявлення про поняття, визначення, формули й алгоритми; сприяє застосуванню знань у різних ситуаціях.
Діагностична	Дозволяє виявити прогалини у знаннях, типові помилки, їх причини; є підставою для подальшого коригування процесу навчання.
Прогностична	Дає змогу прогнозувати подальший хід навчання: оцінити, чи достатньо учні засвоїли матеріал для переходу до наступних тем; сприяє плануванню та коригуванню освітнього процесу.
Розвивальна	Сприяє розвитку пам'яті, уваги, логічного мислення; стимулює пізнавальну активність та інтерес до навчання.
Корекційно-орієнтувальна	Орієнтує учнів на власні досягнення й помилки; допомагає зрозуміти напрямки для покращення знань та самостійного розвитку.
Виховна	Формує відповідальність, дисциплінованість, чесність; виховує працелюбність, наполегливість, вміння ставити запитання та працювати над помилками.

У методиці навчання математики не існує єдиної класифікації видів узагальнення. Однак, Д. П. Горський [16] запропонував найбільш відому класифікацію способів узагальнення(таб.1.2):

Таблиця 1.2

Види узагальнення та систематизації знань

№	**Вид узагальнення**	**Опис**
1	Узагальнення через зміни конкретних висловлювань	Перехід від конкретних прикладів до загальних тверджень (наприклад, знайомство з поняттям координатної прямої після прикладів).
2	Узагальнення через нові терміни, операції, твердження	Введення нових понять, таких як «відрізок», «пряма», «довжина відрізка».

3	Узагальнення через аналіз значення виразів	Визначення таких понять, як кут між прямими чи між прямою та площиною.
4	Узагальнення через перенесення тверджень	Поширення властивостей геометричних об'єктів (коло, пряма, гіпербола) на алгебраїчні вирази.
5	Індуктивне узагальнення	Перехід від часткових значень до загальних закономірностей (наприклад, зміна формул з двовимірного простору на тривимірний).
6	Узагальнення через об'єднання понять	Комбінування декількох понять для формування одного загального (наприклад, графік лінійної функції як пряма).

Узагальнення та систематизація є взаємопов'язаними процесами. Чим більший обсяг узагальнення, тим більше зв'язків і відносин охоплюється в системі. За призначенням і місцем у навчальному процесі ці етапи можна поділити на наступні(таб.1.3):

Таблиця 1.3

Етапи узагальнення та систематизації знань

№	**Етапи узагальнення та систематизації**	**Опис**
1	Початкові узагальнення	Простий процес узагальнення під час сприйняття та осмислення навчального матеріалу. Приклад: означення координатної прямої.
2	Локальні або понятійні узагальнення	Узагальнення під час подачі нових понять, розкриття причинно-наслідкових зв'язків між ними. Приклад: означення координатної площини.
3	Міжпонятійні або поурочні узагальнення	Визначення головних ознак і властивостей понять, групування знань і виявлення зв'язків між елементами. Приклад: задача на побудову прямої або кола за рівнянням.

4	Тематичні узагальнення	Узагальнення всього матеріалу, що вивчався впродовж певного періоду (теми або розділу).
5	Підсумкове узагальнення	Закріплення зв'язків між окремими групами знань з різних тем. Застосовується в кінці вивчення курсу.
6	Міжпредметні узагальнення	Узагальнення між спорідненими предметами (наприклад, математичними чи філологічними на спеціальних уроках).

Уроки узагальнення та систематизації знань відіграють ключову роль у закріпленні та поглибленні знань учнів, але в педагогічній практиці вони часто стикаються з певними труднощами. Однією з проблем є те, що уроки узагальнення часто зводяться до простого повторення матеріалу, не встановлюючи чітких зв'язків із новими темами та не забезпечуючи необхідну системність розуміння. Вчитель може не приділяти достатньо уваги формуванню цілісної картини знань, що призводить до проблем у засвоєнні матеріалу.

Проведення уроків узагальнення вимагає чіткої організації та ретельної підготовки. Етапи таких уроків включають мотивування учнів на початку уроку, актуалізацію знань і визначення труднощів, створення навчальних завдань, розв'язання проблем, закріплення знань і самоконтроль. Важливо також правильно організувати індивідуальну та групову роботу учнів, щоб кожен мав можливість самостійно відпрацювати матеріал та розвинути логічне мислення.

Процес систематизації знань може бути організований у різних формах. Найпоширенішими є усна, практична та письмова форми роботи. Усна форма є найбільш ефективною для активізації розумової діяльності учнів і дозволяє вчителю швидко перевірити рівень засвоєння матеріалу. За допомогою усного опитування можна не лише оцінити знання учнів, але й коригувати їхні

помилки в реальному часі, що сприяє розвитку математичного мовлення, логічного мислення та здатності до аргументації.

Практична форма систематизації дозволяє учням застосувати отримані знання для розв'язування конкретних задач і роботи з моделями, що є важливим для розвитку навичок вирішення реальних проблем. Письмова форма передбачає роботу з текстами, написання опорних конспектів, створення графіків та схем, що дозволяє учням краще систематизувати свої знання і структурувати інформацію.

Ефективність уроку узагальнення та систематизації значною мірою залежить від чіткої організації його структурних етапів. Такий тип уроку має специфічну методичну будову, спрямовану на впорядкування, поглиблення й інтеграцію раніше засвоєних знань, формування узагальнених способів дій та розвиток умінь їх застосування у нових навчальних ситуаціях. Послідовність етапів забезпечує логічний перехід від актуалізації опорних знань до самостійного відтворення, аналізу, перевірки та рефлексії результатів навчальної діяльності. Структура уроку узагальнення та систематизації подана в таблиці 1.4.

Таблиця 1.4

Структура уроку узагальнення та систематизації

Етап	**Опис**
1. Самовизначення	Мотивація учнів, створення позитивної атмосфери на уроці за допомогою епіграфа, цитати чи привітання. Тривалість: 1-2 хвилини.
2. Актуалізація знань та визначення труднощів	Визначення проблемних аспектів теми, використання завдань для перевірки засвоєних знань. Тривалість: 5-7 хвилин.
3. Створення навчальної задачі та її розв'язання	Учитель спрямовує учнів до обміркування помилок та їх усунення. Важливо визначити тему та методи вирішення проблеми.

4. Втілення плану	Виконання завдання в залежності від форми уроку, зокрема, робота з підручником і використання різних методів для глибшого розуміння.
5. Закріплення знань	Завдання для узагальнення і практичного застосування знань.
6. Самостійна робота та перевірка	Учні працюють самостійно, складаючи алгоритми або виконуючи задачі. Перевірка виконаних робіт.
7. Самоконтроль та оцінка	Учні перевіряють роботи одне одного, оцінюють виконане та виставляють оцінки.
8. Рефлексія навчальної діяльності	Учні оцінюють свої успіхи на уроці і визначають, що вони досягли.

Усна форма є однією з найбільш ефективних форм перевірки знань, оскільки забезпечує безпосередній контакт учня з вчителем, щодозволяє вчителю активно коригувати хід думок учнів, спостерігати за процесом мислення та вчасно коригувати їхні відповіді. Усна форма дає можливість розвивати навички логічного мислення, а також допомагає учням формулювати свої думки і висловлювати їх чітко та зрозуміло. Проте, ця форма має свої недоліки. По-перше, для ефективного опитування необхідна ретельна підготовка вчителя — правильно формулювати питання та організовувати роботу класу. Важливо зберігати увагу всіх учнів під час відповідей одного з них. Для цього вчитель повинен організувати діяльність класу так, щоб всі учні були задіяні, наприклад, слухати відповіді товариша та доповнювати їх.

Також, при організації усного опитування, варто використовувати різні типи питань. Одні з них повинні сприяти відтворенню знань, а інші — розвитку аналітичних здібностей, щоб учні не просто запам'ятовували матеріал, а вміли його застосовувати у нових ситуаціях.

Початок уроку має полягати в чіткому формулюванні основного питання або теми для обговорення, звертаючись до всього класу. Після цього учителю слід задати питання одному учневі і надати йому кілька хвилин для

підготовки відповіді. Паралельно інші учні готуються до своїх запитань. Кожен учень отримує своє завдання і, коли підготувався, починає відповідати, що дає змогу учням ефективніше систематизувати та узагальнювати свої знання завдяки виділеному часу на підготовку.

Для оцінки рівня знань учнів, вчитель задає кілька питань. Основне питання залежить від розвитку учня (наприклад, "назвати всі варіанти взаємного розміщення двох прямих у просторі" або "критерій паралельності прямих у системі координат"). Наступні запитання можуть стосуватися формул або алгоритмів, пов'язаних з координатним методом. Крім того, можна поставити уточнюючі чи додаткові питання для того, щоб спонукати учнів згадати незасвоєні моменти чи глибше вивчити матеріал.

Письмова форма систематизації є дуже зручним методом для закріплення математичних знань. Вона має кілька ключових переваг: економія часу, зручність перевірки великої кількості учнів, об'єктивність оцінювання. Ця форма роботи вчить учнів класифікувати матеріал, застосовувати набуті знання для розв'язування задач, а також розвиває абстрактне мислення. В письмову форму можна включати складання таблиць, схем, графіків, виконання самостійних і контрольних робіт, тестування, математичні диктанти.

Підготовка до письмово-графічної роботи зводиться до формулювання завдань, які мають на меті систематизувати та узагальнити знання учнів, а також створення чітких інструкцій щодо виконання завдання. Під час виконання роботи учням слід пояснити правила оформлення, вимоги до виконання завдань і час, відведений для їх виконання. Аналіз робіт має проводитися за чітко визначеними правилами, що дозволяє виявити основні проблеми, успіхи учнів і визначити слабкі місця в їхніх знаннях.

Графічні зображення виконують важливу роль у систематизації знань. Вони є корисним інструментом для візуалізації абстрактних ідей, забезпечуючи чіткість, конкретність і наочність математичних ситуацій. Вони економлять час і полегшують розумову діяльність учнів, дозволяючи швидше зрозуміти суть задачі, виявити зв'язки та відношення, що необхідні для розв'язання.

Графічні зображення, такі як діаграми, графіки чи схеми, дозволяють учням швидше зібрати всю необхідну інформацію, побачити взаємозв'язки між поняттями, теоремами та закономірностями, що допомагає їх краще засвоїти. Також важливою частиною є використання спеціальних карток-завдань, алгоритмів, схем, таблиць, які сприяють систематизації і дозволяють учням структурувати отриману інформацію.

Для кращого сприйняття та запам'ятовування матеріалу вчителі можуть використовувати кольорові позначення в таблицях, схемах та інших візуальних матеріалах, щодозволяє виділити важливі моменти, допомогти учням звертати увагу на ключові відмінності, що в свою чергу стимулює їх інтерес до вивчення та покращує ефективність навчання. Яскрава подача інформації, в тому числі за допомогою кольорів, допомагає учням краще запам'ятовувати численні твердження, формули та концепції, що робить навчальний процес більш цікавим і результативним.

Для досягнення найкращих результатів в систематизації знань учнів можна застосовувати комплекс методів і поєднання різних форм роботи. Зокрема, можна використовувати метод командної роботи, де учні виконують завдання в групах. Наприклад, одна команда може відповідати на теоретичні питання, інша – записувати формули, а третя – виконувати практичні побудови. Це дозволяє учням об'єднати теоретичні знання з практичними навичками та узагальнити їх.

Письмово-графічна форма є дуже актуальною на сьогоднішній день, оскільки вона сприяє розвитку практичних навичок, зокрема у геометрії. Завдання, які виконуються самостійно або в групах, дозволяють учням проводити вимірювання, отримувати нові дані та узагальнювати вже засвоєний матеріал. Такі завдання допомагають виявити зв'язки між різними розділами математики та сприяють розвитку здатності застосовувати знання на практиці.

Задля підвищення ефективності узагальнення та систематизації знань важливо не лише структурувати навчальний матеріал, а й добирати такі завдання, які сприятимуть активному залученню здобувачів освіти до розумових операцій аналізу, порівняння, узагальнення та перенесення знань у нові ситуації. Практичні вправи, побудовані на основі методу координат, дозволяють поєднувати теоретичні положення з реальними або змодельованими умовами, що істотно підсилює мотивацію учнів та забезпечує більш глибоке усвідомлення вивчених понять. Нижче наведено приклади завдань, які можуть бути використані на етапі систематизації навчального матеріалу.

Задача 1. Обчислити периметр трикутника, вершини якого знаходяться на серединах сторін трикутника з заданими координатами. Порівняти результат з вимірюваннями побудованих трикутників на координатній площині.

Задача 2. Порівняти лінійні розміри фігур та виконати арифметичні обчислення за формулами.

Задача 3. Порівняти траєкторію руху кішки, що сидить на середній сходинці драбини, коли вона рухається по землі. Розв'язати задачу, використовуючи метод координат.

1.2. Історичні відомості про координати та вектори

Ідея відображати числа у вигляді точок, надаючи їм числові значення, зародилася ще в давнину. Перші згадки про координати стосуються астрономії та географії, зокрема в працях давньогрецьких вчених Ератосфена (III ст. до н.е.) та Гіппарха (II ст. до н.е.), які запропонували використовувати паралелі та меридіани для позначення координат на картах Землі. Проте першим, хто створив географічну карту, був Анаксімандр Мілетський (близько 610-546 до н. е.), який визначав широту та довготу за допомогою прямокутних проекцій. Через деякий час поняття географічних координат було адаптовано до інших систем координат для точок на площині та в просторі.

Аполлоній з Александрії, математик, що працював у сфері вивчення кривих другого порядку (еліпсів, гіпербол та парабол), використовував прямокутні координати, фактично започаткувавши нову математичну парадигму. Саме він ввів до наукового обігу терміни «асимптота», «абсциса», «ордината» та «апліката». У 14 столітті французький філософ і математик Н. Орезм почав покривати площину прямокутною сіткою, вивчаючи геометричні фігури та співвідношення між розмірами у двох взаємно перпендикулярних напрямках, що відповідало сучасним поняттям абсциси та ординати. В 17 столітті метод координат став більш поширеним в геометрії завдяки працям Рене Декарта та П’єра Ферма. Ферма в 1629 році вперше встановив взаємно однозначну відповідність між точками на площині і парами чисел $(x; y)$, що стало основою для розвитку сучасних систем координат.

Рене Декарт в 1637 році у своїй праці «Геометрія» запропонував використовувати координатну систему для відображення алгебраїчних рівнянь на площині, що дозволило зрівняти додатні та від'ємні числа через

абсцису та ординату. Його метод відкрив нові можливості для вивчення геометрії за допомогою алгебраїчних рівнянь.

У 1750 році Готфрід Вільгельм Лейбніц ввів поняття двох координат точки на площині. А терміни «вісь абсцис» та «вісь ординат» були введені відповідно І. Барроу (1670 рік) і Г. Крамером (1750 рік). Продовжуючи дослідження координат в просторі, Ісаак Ньютон та Іоган Бернуллі вдосконалили метод координат, застосовуючи його для розв'язання складних задач в геометрії та фізиці. У 1715 році І. Бернуллі започаткував вивчення просторових координат через перпендикуляри на три взаємно перпендикулярні площини.

А. К. Клеро ввів третю координату (вісь аплікат), а Л. Ейлер у 1748 році вперше дав систематичний виклад аналітичної геометрії в просторі, що вважається основою сучасної аналітичної геометрії. У результаті цих досягнень математика перетворилася з статичної науки в динамічну дисципліну, яка дозволила вирішувати нові, досі невирішені задачі, і допомогла розвивати нові математичні методи.

Історія розвитку методу координат є важливою частиною вивчення математики(таб.1.5). Вона не лише демонструє внесок численних вчених, а й сприяє розвитку гуманістичних аспектів науки, таких як критичне мислення та повага до наукових досягнень.

Таблиця 1.5

Хронологія оприлюднення методу координат

Автор	**Рік оприлюднення**	**Назва роботи / форма оприлюднення**
П. Ферма	1636	Лист до Ж. Роберваля «Вступ до теорії плоских і просторих місць».
	1679	Публікація в збірці «Різні твори» («Varia Opera»), виданій його сином Самюелем Ферма.

Р. Декарт	1637	«Геометрія» — додаток до праці «Міркування про метод» («Discours de la méthode»).

Вивчення історії координатного методу на уроках допомагає формувати в учнів науковий світогляд, розвивати інтерес до математичних знань та створювати підґрунтя для глибшого розуміння важливості математики у розвитку цивілізації.

1.3. Суть координатно-векторного методу розв'язування задач

Упровадження координатно-векторного підходу в шкільний курс математики ставить перед учителем конкретні методичні виклики. Цей метод відкриває для учнів інший спосіб мислення — не лише геометричний, а й алгебраїчний, де фігури перетворюються на числа, рівняння та вектори. Саме тому важливо не просто дати новий інструмент, а навчити користуватися ним усвідомлено. Учитель має показати, як координати допомагають доводити теореми, розв'язувати задачі різних типів, бачити зв'язок між алгеброю та геометрією, а також формувати вміння переходити від креслення до формули й назад. При вивченні методу координат у сучасній школі вчитель має вирішити низку важливих завдань(рис.1.1).

Процес вивчення координатного методу у школі відбувається поступово і включає кілька етапів. Перший етап починається в 5-6 класах і має на меті засвоєння базових понять та методів. Важливо, щоб учні на цьому етапі отримали конкретні приклади та асоціації з реального життя. Наприклад, пряму можна порівняти з автомагістраллю, що не має кінця і початку, а відрізок – з ділянкою цієї дороги, обмеженою двома точками, що допомагає учням інтуїтивно зрозуміти поняття координатного променя, відрізка, прямої та їх відносини.



Рис.1.1. Завдання, спрямовані на вивчення методу координат

З самого початку вивчення методу координат необхідно зосередитись на вивченні однієї координати x, щоб учні могли глибше освоїти матеріал і застосовувати його на практиці. На цьому етапі ознайомлення з означеннями не є головним, оскільки учні лише знайомляться з поняттями на інтуїтивному рівні. Зокрема, підручники різних авторів містять такі поняття, як

«координатний промінь», «координати точки», «відрізок», «пряма», «півпряма», «довжина відрізка» та інші [].

Координатно-векторний метод розв’язування задач у шкільному курсі математичних дисциплін передбачає використання координатної площини для зображення геометричних фігур і розв’язування задач за допомогою координат точок. Вивчення раціональних чисел та їх застосування у побудові координатної прямої є початковим етапом цього методу, що дозволяє учням освоїти порівняння та нанесення чисел на координатну вісь. Після цього діти переходять до більш складних понять, таких як координатна площина, де вони навчаються зображати відрізки та знаходити точки їх перетину, що є основою для вивчення графіків функцій у старших класах.

У 7 класі цей метод набуває особливого значення при вивченні графіків функцій, таких як лінійні функції. Вивчення таких графіків вимагає розуміння аналітичного задання функцій через формули, а також побудови точок на координатній площині, координати яких обчислюються за заданою формулою. Зокрема, учні знайомляться з поняттям кутового коефіцієнту прямої пропорційності та її графічного зображення, що дає змогу глибше осмислити властивості функцій.

Важливою частиною цього методу є також розв’язування систем лінійних рівнянь за допомогою графічного методу, що допомагає учням зобразити на координатній площині рівняння з двома змінними та знаходити їх точки перетину. Даний підхід є основою для подальшого вивчення складніших тем, таких як квадратичні рівняння та функції в 8 класі.

Координатно-векторний метод розв’язування задач у 9 класі продовжує вивчення декартової системи координат і розширює поняття застосування координат до ліній та фігур у площині. У цьому контексті учні ознайомлюються з рівнянням прямої, яке можна виразити через координати

двох невідомих — x і y, а також з рівнянням кола, яке визначається через відстань між двома точками на площині.

У вивченні цього методу велике значення має знайомство учнів з різними способами застосування координат для розв'язання геометричних задач. Так, у класах з поглибленим вивченням математики, а також на заняттях математичних гуртків, доцільно демонструвати застосування методу координат для розв'язування задач, що допомагає учням розвинути навички практичного застосування теоретичних знань.

У рамках вивчення теми «Координати та вектори» в 9 класі приділяється значна увага основним формулам, зокрема координатам точок, середини відрізка, векторів, а також їх довжині та скалярному добутку. Особливу увагу варто звернути на репродуктивний метод викладу цих тем, адже доведення формул через координатну систему є новим для учнів. Важливо проводити самостійні роботи, щоб учні могли перевірити своє розуміння матеріалу та вміння застосовувати знання на практиці.

Після вивчення цих тем учні переходять до розв'язування нерівностей та систем лінійних нерівностей. У рамках цього процесу вивчаються квадратичні функції та їх графіки, що дає змогу учням не тільки будувати графіки, а й розв'язувати системи нерівностей графічним методом.

У 10 класі метод координат та векторів розширюється до тривимірного простору, де кожна точка має три координати (x, y, z). Формули та методи, які вивчались раніше для двовимірного простору, видозмінюються під тривимірний простір, дозволяючи учням розв'язувати задачі, пов'язані з відстанями, довжинами відрізків, кутах між прямими, площинами чи векторами у просторі. Метод координат та векторів у тривимірному просторі дає нові можливості для розв'язування задач, що є основою для вивчення алгебраїчного та геометричного змісту на профільному рівні.

Висновки до 1 розділу

У першому розділі було розглянуто теоретичні засади узагальнення та систематизації знань при вивченні координатно-векторного методу. Аналіз показав, що узагальнення та систематизація є важливими складовими навчального процесу, що сприяють розвитку логічного мислення учнів, їх здатності до аналізу та порівняння математичних понять. У межах координатно-векторного методу особлива увага приділяється формуванню просторових уявлень учнів, що є основою для глибшого розуміння геометричних понять та їх застосування в розв'язуванні задач.

Історичні відомості про координати та вектори підкреслюють еволюцію цього методу, що започаткувала нові підходи до розв'язування математичних задач. Вивчення координатно-векторного методу має міжпредметний характер, оскільки він застосовується не лише в геометрії, а й в інших науках, таких як фізика та астрономія.

Принципи узагальнення та систематизації дозволяють учням краще зрозуміти зв'язок між різними математичними дисциплінами та застосовувати здобуті знання на практиці. Узагальнення має велике значення для формування математичного мислення, оскільки дає можливість не тільки закріпити отриману інформацію, а й розвинути здатність до самостійного пошуку рішень. Підкреслено також важливість координатно-векторного методу в освітньому процесі та його значення для формування у учнів системи математичних знань, що базуються на логічному узагальненні та правильній систематизації отриманої інформації.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ ПРО КООРДИНАТИ ТА ВЕКТОРИ

2.1. Аналіз навчальних програм та матеріалу щодо координат та векторів

У 2024/2025 навчальному році викладання математики здійснюється за оновленими навчальними програмами, затвердженими Міністерством освіти і науки України в 2017 році, що розміщені на їхньому офіційному сайті [8]. У цих програмах чітко зазначено, що основним фокусом навчального процесу є учень, а не предмет, що він вивчає, що реалізує перехід від предметоцентризму до дитиноцентризму. У зв'язку з цим, особлива увага приділяється досягненню результатів навчання, де центральне місце займає не стільки зміст матеріалу, скільки очікувані результати навчання, що є основою для формулювання чітких очікуваних результатів, які включають знаннєву, діяльнісну та ціннісну компоненти ключових компетенцій учнів.

Згідно з чинною навчальною програмою з математики [], знайомство учнів із декартовою системою координат відбувається вже на початковому рівні в 5 класі. У програмі зазначено, що «підготовка учнів до систематичного вивчення алгебри, геометрії та інших предметів передбачає початкові знання про метод координат, зокрема зображення чисел на координатній прямій, побудову прямокутної системи координат на площині та виконання відповідних побудов» [].

Подальше вивчення методів координат та векторів триває в 9 класі загальноосвітніх навчальних закладів, де учні розширюють свої знання щодо аналітичного опису геометричних фігур. Вони вивчають рівняння прямої та кола, виводять формули для довжини відрізка та координат середини відрізка. Формується поняття про метод координат, який застосовується для доведення

теорем та розв’язування задач, а також знайомство з векторами, рівними, протилежними та колінеарними.

У старшій школі (профільний рівень) учні поглиблюють свої знання про координати на площині, розширюють їх на простір, вивчають рівняння різних ліній та поверхонь у тривимірному просторі. Згідно з аналізом навчальних програм [], методика введення систем координат (від осі до площини, а згодом і до простору) та векторів (спочатку на уроках фізики у 7-8 класах, а потім на уроках геометрії у 9-10 класах) є послідовною і зрозумілою для більшості учнів. Важливо, щоб під час переходу від простих понять (наприклад, пряма) до складніших (площина, простір) вчителі регулярно нагадували учням про раніше вивчені визначення, властивості та формули, вказуючи на схожість і відмінності між ними.

Зокрема, в 7 класі вивчаються прості геометричні задачі, що розв’язуються за допомогою конкретних формул, таких як відстань між двома точками, координати середини відрізка, рівняння прямої тощо, що допомагає учням засвоїти основи координатного методу. Лише після засвоєння цих базових понять у 9 класі учні стикаються з більш складним завданням — складанням рівнянь фігур на площині. Часто завдання на побудову рівняння лінії є складними для багатьох учнів, оскільки вони повинні визначити лінію як геометричне місце точок, які задовольняють певні властивості, що може бути важким для розуміння. Учням доводиться виводити співвідношення між змінними, правильно визначати систему координат і надавати рівнянню зручну форму.

У шкільному курсі геометрії вивчаються два основні види рівнянь ліній: рівняння кола та рівняння прямої. У 10 класі для учнів, які вивчають математику на профільному та поглибленому рівнях, додаються рівняння сфери, а також рівняння прямої і площини в просторі. Згідно з програмою, крім

загального рівняння прямої, розглядається поняття кутового коефіцієнта, яке використовується для виведення умов паралельності та перпендикулярності прямих на площині.

Проаналізуємо виклад матеріалу з теми «Метод координат» у підручниках з геометрії для 9 класу, авторства Г. В. Апостолової [] та А. Г. Мерзляка []. Послідовність подачі матеріалу в цих підручниках має певні відмінності. У підручнику А. Г. Мерзляка [] метод координат викладається після розділів «Розв’язування трикутників» і «Правильні многокутники», де зокрема описується декартова система координат на площині. Розділ завершується вивченням методу координат. Натомість у підручнику Г. В. Апостолової [] метод координат подається на самому початку курсу, але більш детально він розглядається після розділу про розв’язання трикутників. Обидва підручники охоплюють такі теми, як відстань між точками, рівняння кола, координати середини відрізка, рівняння прямої, а також взаємне розміщення прямих на координатній площині.

А. Г. Мерзляк у своєму підручнику, окрім загального рівняння прямої, знайомить учнів із рівняннями еліпса та гіперболи. Сутність координатного методу пояснюється через приклади та задачі, спрямовані на знаходження геометричного місця точок. Далі переходять до вивчення векторів. В кінці параграфів підручника надаються основні формули та описання понять, що допомагають учням у процесі навчання.

У підручнику Г. В. Апостолової застосовується більш чіткий план для використання координатного методу, який пояснюється через розв’язання кількох типових задач. Знання закріплюються вправами, спрямованими на доведення теорем і задач, що включають побудову або визначення геометричного місця точок. Навчання продовжується темами «Правильні багатокутники. Довжина кола. Площа круга» та «Вектори».

Підручники геометрії для 10 класу профільного рівня (2018 року) авторства А. Г. Мерзляка, Г. П. Бевза та О. С. Істера в цілому схожі за тематикою та послідовністю викладу матеріалу. Вони охоплюють вступ до стереометрії, паралельність і перпендикулярність прямих та площин у просторі, координати та вектори в тривимірному просторі. У цих підручниках надаються формули і поняття, пов’язані з координатами: кути між прямими та площинами, відстань між точками, координати середини відрізка, рівняння площини, сфери та інших фігур. Останні параграфи присвячені вивченню векторів у просторі, розгляду операцій над векторами, скалярного добутку та перетворень у просторі.

Підручник О. С. Істера є найбільш вдало оформленим у плані викладу методу координат. В ньому є цілий параграф, присвячений як векторному, так і координатному методу розв’язування задач. Окремо наводяться задачі різних видів, зокрема показується застосування цього методу до алгебраїчних задач, що робить матеріал зрозумілішим для учнів.

Порівняння підручників показує, що більшість авторів зосереджуються на теоретичній частині методу координат, тобто на формулах і теоремах. Однак освітні програми не передбачають систематичного використання цього методу для розв’язання задач чи доведення теорем. У підручниках координатний метод здебільшого подається для розв’язання простих задач, з акцентом на векторному чи координатно-векторному методі.

2.2. Пропедевтика вивчення координатно-векторного методу

Процес засвоєння математичних понять відбувається через аналітико-синтетичну діяльність учнів, яка спрямована на виявлення основних загальних властивостей поняття та усвідомлення його другорядних характеристик, а

також на застосування нового поняття для розв’язування задач. Використання абстрактно-дедуктивного методу навчання для формування нових понять передбачає, що вчитель сам формулює означення, наводить приклади об’єктів, що належать до цього поняття, визначає суттєві спільні властивості й уточнює неістотні.

Шкільний курс геометрії містить поняття, які вводяться як через визначення, так і через опис на прикладах. У другому випадку учні отримують лише часткове уявлення про істотні властивості поняття, при цьому саме формулювання означення може бути відсутнім з дидактичних міркувань. При вивченні основних понять геометрії важливим є поняття «точка», яке вводиться як первісне. Інші поняття часто вводяться через опис або у вигляді формальних означень.

Вивчення поняття «координати» в школі починається з введення таких понять, як «координатна пряма», «прямокутна система координат на площині» та «координатна площина» в 5-6 класах. Для наочного порівняння підходів до визначення цих понять в різних підручниках наведена порівняльна таблиця 2.1.

Таблиця 2.1.

Різні підходи до описання поняття «координатна пряма» у 5 класі

Автори підручників	**Трактовка поняття**
Г.П. Бевз, В.Г. Бевз	«Числова вісь»
О.С. Істер	«Числова пряма»
М.В. Беденко	«Числовий промінь»
А.Н. Тарасенкова	«Координатний промінь»

А.Г. Мерзляк	«Пряма, на якій вибрано початок відліку, одиничний відрізок і напрям»

Як видно з таблиці, підручники різних авторів використовують різну термінологію для опису поняття «координатна пряма», що відчить про відсутність єдності у виборі термінів серед авторів підручників. Щодо визначення координатної площини, також немає єдності у формулюваннях, що підтверджує різноманітність підходів до викладу цього поняття(таб.2.2).

Таблиця 2.2.

Означення поняття «координатна площина» у 9 класі

Автори підручників	**Означення**
Г.П. Бевз, В.Г. Бевз	«Дві взаємно перпендикулярні прямі, які перетинаються у їх спільному початку координат і одиничні відрізки яких рівні»
А.Г. Мерзляк	«Площина, на якій зображено дві координатні прямі (вісь абсцис та вісь ординат) зі спільним початком відліку»
М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова	«Площина із уведеною на ній системою координат»
О.С. Істер	«Площина, на якій задана прямокутна система координат»
Г.В. Апостолова	«Площина, на якій введено декартову систему координат»

Як видно з таблиці, різні автори підручників використовують різні підходи для визначення поняття «координатна площина», що відображає варіативність термінології в навчальних матеріалах.

Алгоритм у навчанні математики є послідовністю дій, спрямованою на досягнення результату за обмежену кількість операцій. Для кращого засвоєння алгоритму доцільно використовувати наочні способи подачі, адже це

допомагає учням краще зрозуміти кожен етап та логіку виконання задачі. Блок-схема етапів використання методу координат (рис. 2.1) демонструє покрокове застосування методу для розв’язування задач. Важливо, щоб у задачах були присутні елементи, такі як координати точок, рівняння прямої, кола, кути або вектори, оскільки це дозволяє ефективно використовувати координатний метод для обчислень.

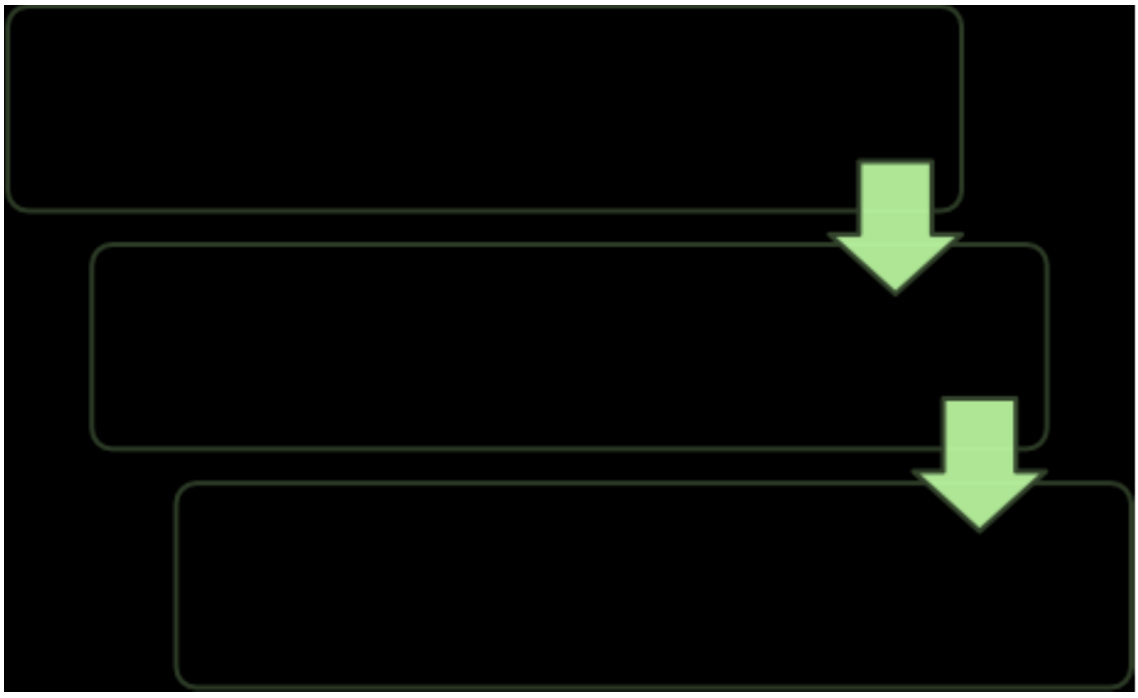


Рис.2.1. Блок-схема етапів використання методу координат

Задачі, які доцільно розв’язувати за допомогою координатного методу, включають планіметричні задачі на визначення залежностей між елементами геометричних фігур. У своєму дослідженні ми розробили систему задач, яка охоплює основні етапи вивчення методу координат.

- *Підготовчий етап* –спрямований на засвоєння основних понять і формул.

- *Мотиваційний етап* – він полягає в обґрунтуванні важливості вивчення методу координат. Найкраще це зробити через приклад задачі, розв'язок якої методом координат є простішим порівняно з іншими методами.
- *Орієнтовний етап* – мета цього етапу – ознайомити учнів із змістом методу координат, звертаючи увагу на його основні компоненти.
- *Формуючий етап* – на цьому етапі відбувається засвоєння окремих операцій методу координат. Для цього необхідно підібрати систему задач, що розвивають різні компоненти методу. Це мають бути приклади, в яких учні поетапно застосовуватимуть знання з цієї теми.
- *Завершальний етап* – на цьому етапі учні вирішують різноманітні задачі, які включають більшість складових методу координат.

І. Підготовчий етап

Задача 1. На рисунку(рис.2.2) представлена шкала спідометра. Визначте швидкість автомобіля, якщо стрілка вказує на точки A, B, C, D.

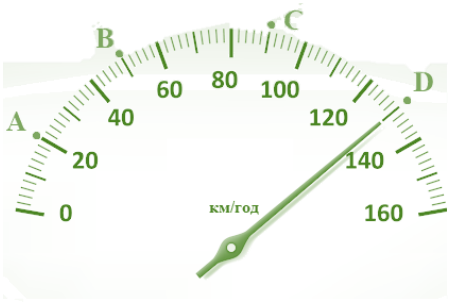


Рис. 2.2. Рисунок до задачі 1

Розв'язання:

A-20 км/год; B-50 км/год; C-90 км/год; D-130 км/год.

Задача 2. Запишіть координати точок, зображених на рисунку 2.3.



Рис. 2.3. Рисунок до задачі 2

Розв'язання:

O(0), E(3), G(5), H(7), J(8).

Задача 3. За допомогою олівця та лінійки зобразіть координатний промінь та нанесіть точки, що мають такі координати: A(2), B(4), C(6), D(9), E(11). За одиничний відрізок візьміть одну клітинку.

Розв'язання:

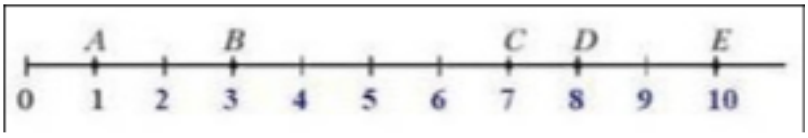


Рис. 2.4. Рисунок до задачі 3

Задача 4. Знайдіть координати точок, які знаходяться справа і зліва від точки M(215) на 12 одиничних відрізків.

Розв'язання:

P(203), K(227).



Рис. 2.5. Рисунок до задачі 4

Задача 5. О 7 годині ранку термометр показував температуру 4°C. Яка температура була надворі о 1 годині, якщо кожні три години температура повітря підвищувалась на 3°C?

Розв'язання:

Температура повітря підвищується на 1°C кожну годину. За 6 годин температура зросла на 6°C. 4 + 6 = 10°C – було надворі о 1 годині.

Задача 6. Намалюйте координатну пряму та зобразіть на ній такі точки A(-2) та B(5). Знайдіть на прямій точку, яка буде серединою відрізка AB та запишіть її координату.

Розв'язання:

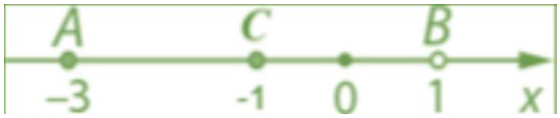


Рис. 2.6. Рисунок до задачі 6

Задача 7. Знайдіть координати точок та послідовно сполучіть їх разом: (12; 0), (13; 1), (14; 2), (15; 3), (13; 5), (11; 6), (10; 5), (9; 4), (8; 3), (7; 3), (6; 4), (5; 4), (4; 5), (3; 6), (2; 7), (1; 6), (0; 6). Що за малюнок отримано?

Розв'язання:

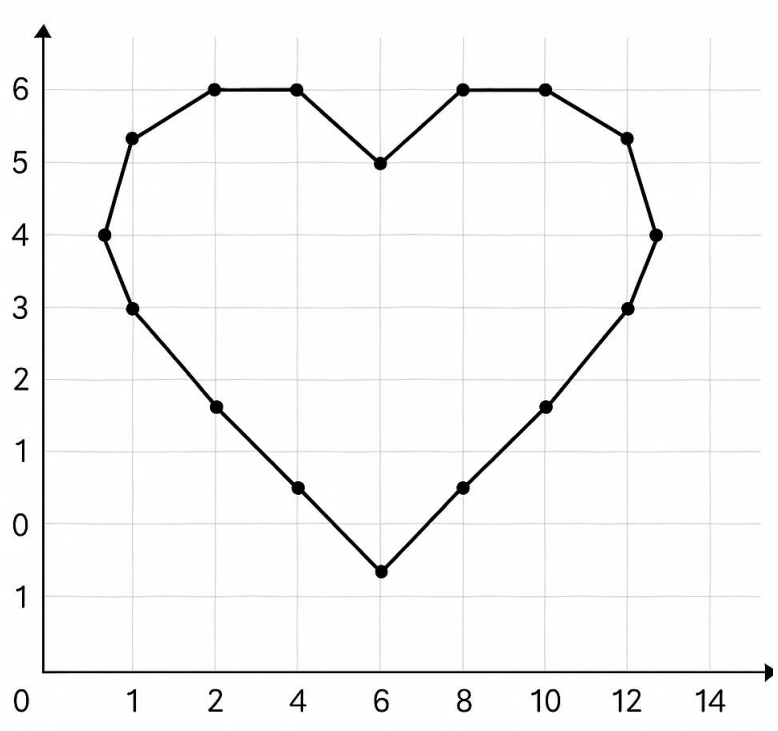


Рис. 2.7. Рисунок до задачі 7

Задача 8. Дано ABCD - прямокутник з координатами вершин A(-5; 5), C(2; -3), D(-5; -3). Знайдіть координати точки B. Проведіть діагоналі прямокутника і запишіть координати точки перетину діагоналей. Знайдіть периметр та площу.

Розв'язання:

B(2; 5), K(-1; 1). P = 2 · (3 + 4) = 2 · 7 = 14 см. = 3 · 4 = 12 см².

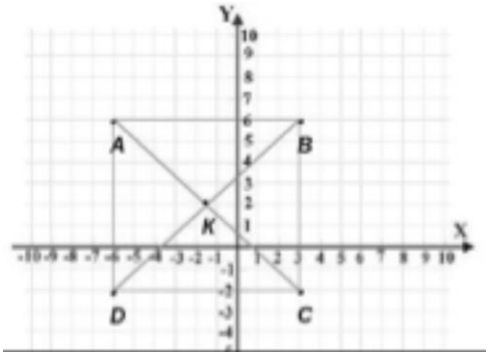


Рис. 2.8. Рисунок до задачі 8

Задача 9. На координатній площині побудована крива. Знайдіть ординати точок лінії, якщо абсциси дорівнюють 5; 3; -3.

Розв'язання:

A(5; 0), B(3; 2), C(-3; 4).

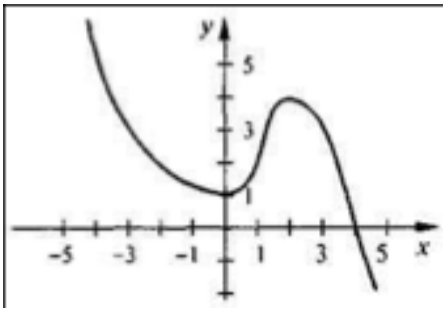


Рис. 2.9. Рисунок до задачі 9

Задача 10. На координатній площині зобразіть трикутник ABC, якщо A(-2; -2), B(2; 2), C(4; -2). Знайдіть координати точок перетину сторін з осями координат.

Розв'язання:

M(-1; 0), N(0; 1), K(2; 0), L(0; -1).

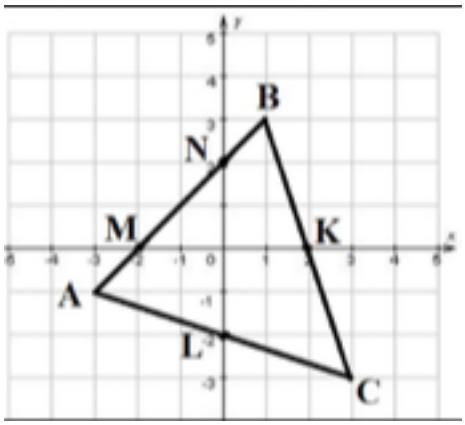


Рис. 2.10. Рисунок до задачі 10

II. Мотиваційний етап

Розглянемо два різних способи доведення теореми про середню лінію трикутника та порівняємо їх(таб.2.3). Доведення першим способом вимагає таких знань з геометрії:

- Поняття трикутника та його властивості;
- Поняття паралелограма та його властивості;
- Властивості паралельних прямих;
- Теорема Фалеса.

Теми «Трикутники», «Паралельні прямі та їх властивості» вивчаються в 7 класі. Поняття паралелограма та теорема Фалеса викладаються в 8 класі. Тому, якщо учні недостатньо засвоїли матеріал попередніх років, їм може бути складно використовувати цей спосіб для доведення теореми про середню лінію трикутника. Поступове і систематичне вивчення геометрії є важливим для її глибокого розуміння.

Другий спосіб доведення потребує таких знань та вмінь:

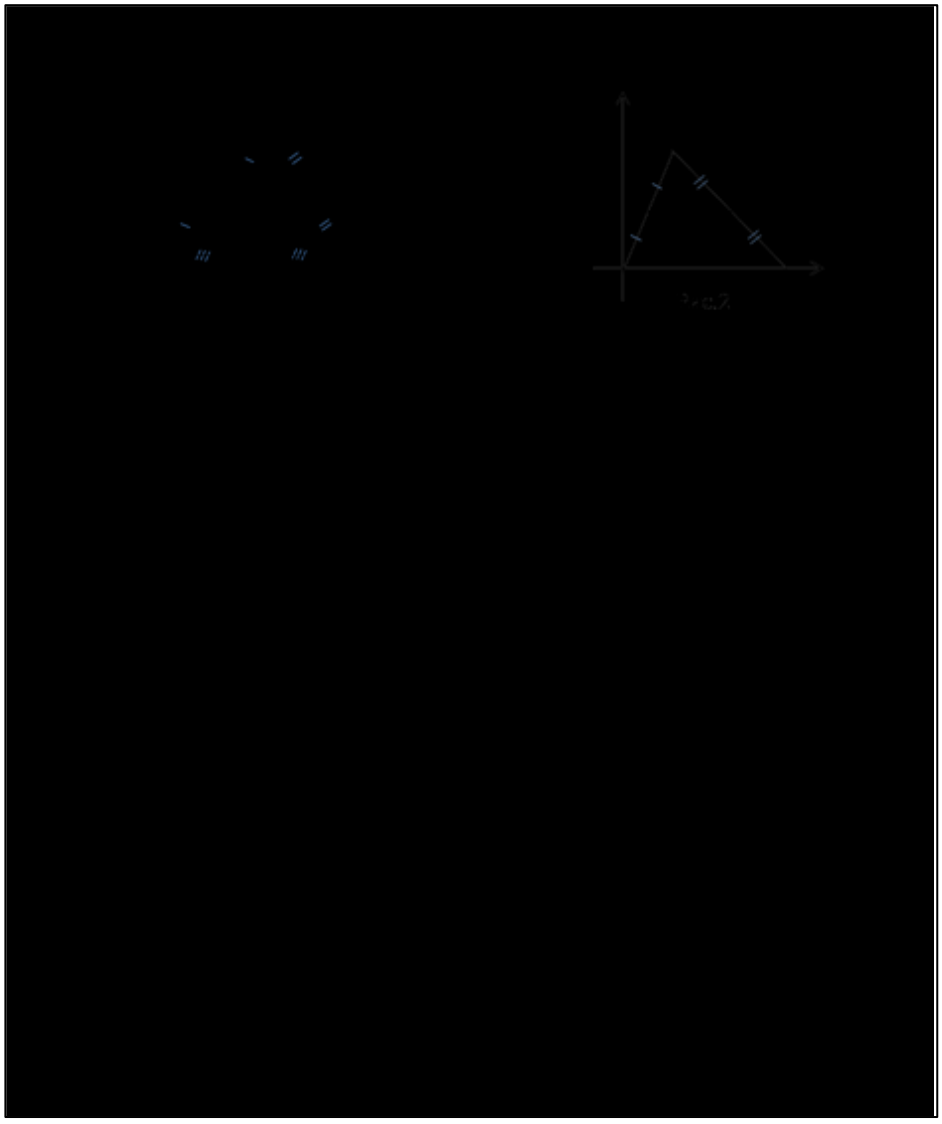
- Вибір правильної системи координат;
- Знаходження координат середини відрізка;

- Визначення відстані між точками;
- Алгебраїчні перетворення.

Більшість з цих знань вивчаються у розділі «Декартова прямокутна система координат» в 9 класі. Учні при цьому доведенні меншою мірою звертаються до раніше вивченого матеріалу, тому засвоїти основи методу координат зможуть як сильні, так і слабші учні.

Таблиця 2.3.

Способи доведення теореми про середню лінію трикутника



III. Орієнтовний етап

Аналіз діяльності при використанні координат в конкретних ситуаціях дозволяє виокремити основні дії, які визначають зміст вправ на освоєння координатного методу. На нашу думку, вивчення цього методу слід проводити із застосуванням схем та таблиць, що допоможуть учням систематизувати та узагальнити знання. Важливо наголосити, що блок-схеми, наприклад, дозволяють наочно побачити зв'язки між відомими даними і тим, що потрібно знайти. Розв'язання наступної задачі буде представлено у вигляді схеми, що фіксує основні етапи розв'язку.

Задача 11. Дано дві точки A і B. Знайдіть геометричне місце точок M, для яких виконується рівняння: $2AM^2-BM^2=2AB^2$.

Розв'язання:



Рис. 2.11. Рисунок до задачі 11

Далі на основі цього рівняння можна побудувати відповідні схеми для розв'язання(рис.2.12).

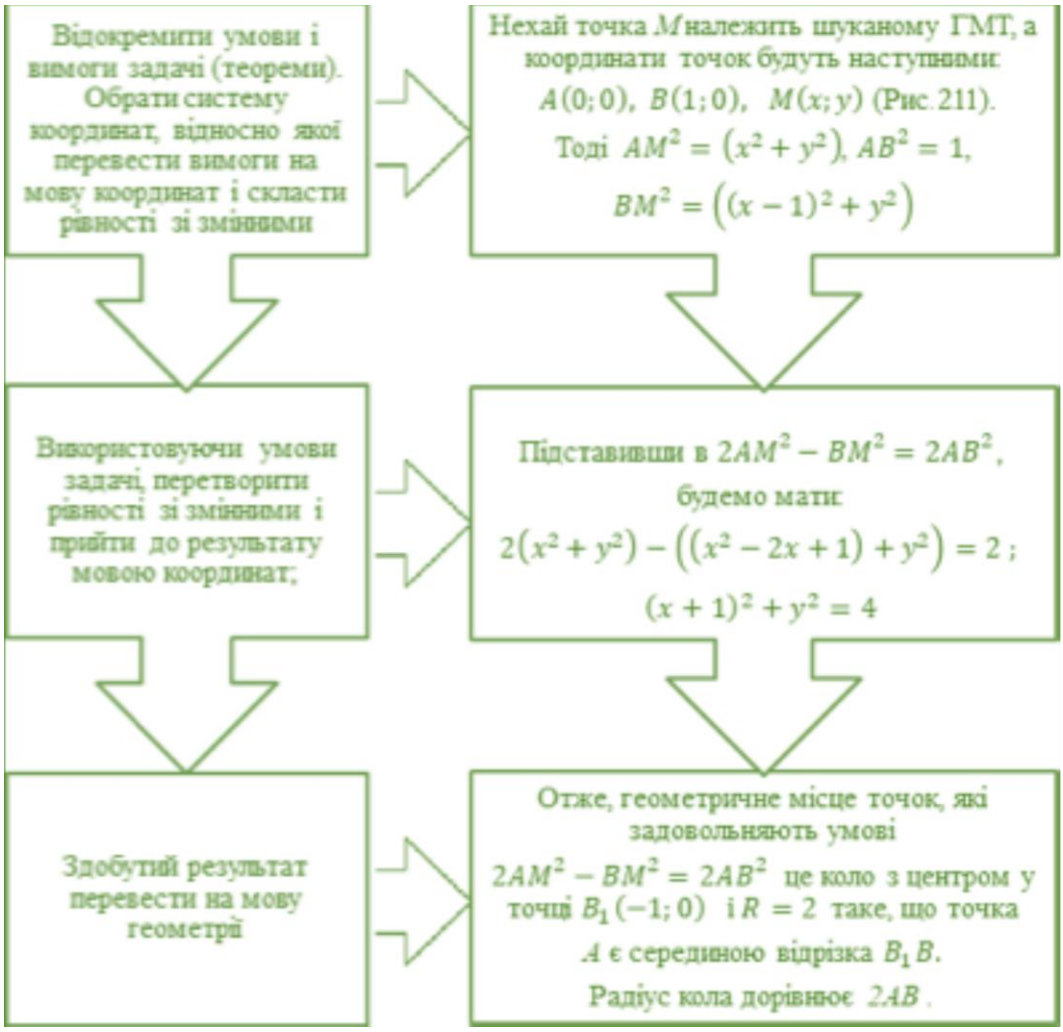


Рис. 2.12. Схема розв’язання задачі методом координат

Варто наголосити, що сам результат розв’язання задачі не змінюється від того, яку систему координат обрано. Проте саме вдалий вибір системи визначає, наскільки простим і раціональним буде шлях до відповіді. Тому перед тим, як задавати координати, слід уважно проаналізувати умову: з’ясувати, координати яких точок потрібно знайти, рівняння якої лінії необхідно записати, і визначити, у якій саме системі координат ця задача розв’яжеться швидше й з меншими інтелектуальними витратами. Універсальних порад тут не існує — кожна задача потребує власного, продуманого підходу

IV. Формуючий етап

На етапі формування навичок роботи з методом координат учні мають опанувати певний набір умінь. Особливості цих вмінь подані у структурованому вигляді на рис.2.13.



Рис. 2.13. Перелік вмінь для використання координатного методу

Завдяки цим навичкам учень здатен встановлювати взаємозв'язок між геометричними фігурами та алгебраїчними залежностями, переходячи від одних до інших. Важливо формувати в учнів уміння за рівнянням розпізнавати точний геометричний образ фігури, уявляти його розташування на координатній площині та коректно інтерпретувати отримані результати.

Задача 12. Знайдіть координати вектора $\vec{a} + \vec{b}$, якщо:

а) $\vec{a}(2;5)$, $\vec{b}(6;4)$;

б) $\vec{a}(-1;3)$, $\vec{b}(5;-2)$.

Розв'язання:

a →+b →=c →; a →(x1;y1), b →(x2;y2); c →(x1+x2;y1+y2)

c →(2+6;5+4)=c →(8;9)

c →(−1+5;3+(−2))=c →(4;1)

Задача 13. Дано три точки *M(1; 4), N(2; 3), K(3; -5).* Знайдіть:

а) координати середини відрізків *MK* і *MN*;

б) довжину відрізків *MK* і *MN*.

Розв'язання:

а) Якщо $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$, то середина відрізка A_1A_2 має координати:

$$M_a = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Нехай P – середина відрізка MK, Q – середина відрізка MN. Тоді:

$$P\left(\frac{1+3}{2}; \frac{4+(-5)}{2}\right) = P(2; -0.5),$$

$$Q\left(\frac{1+2}{2}; \frac{4+3}{2}\right) = Q(1.5; 3.5).$$

Задача 14. Чи є наведені рівняння рівняннями кола? Якщо так, вкажіть координати центру і радіус:

а) $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 25;$

б) $x^2 + (y-1)^2 = 4$

Розв'язання:

Загальне рівняння кола з центром у точці *M(a;b)* і радіусом r має вигляд:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

а) $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 25$ – так, центр (3; -5), радіус 5;

б) $x^2 + (y-1)^2 = 4$ – так, центр (0; 1), радіус 2.

Задача 15. Дано квадрат зі стороною ааа. Виберіть систему координат: таку, щоб три вершини квадрата знаходились на осях координат; таку, щоб всі вершини квадрата знаходились на осях координат. Запишіть координати вершин квадрата і точки перетину його діагоналей.

IV. Завершальний етап

Задача 16. Задано ромб, діагоналі якого дорівнюють *3a* і *2b*. Знайдіть множину всіх точок, для яких виконується рівняння:

$AM^2 + DM^2 = BM^2 + CM^2$.

Розв'язання:

Обираємо систему координат, як показано на рисунку.

Визначаємо координати точок: *A(-a; 0), B(0; b), C(a; 0), D(0; -b).*

Знаходимо відстань від точки *M(x;y)* до кожної вершини ромба:

$$AM^2 = (x+a)^2 + y^2, \quad BM^2 = x^2 + (y-b)^2, \quad CM^2 = (x-a)^2 + y^2, \quad DM^2 = x^2 + (y+b)^2$$

Переписуємо умову, використовуючи ці рівняння:

$(x+a)^2 + y^2 + x^2 + (y+b)^2 = x^2 + (y-b)^2 + (x-a)^2 + y^2$

Розкриваємо дужки та спрощуємо рівняння:

$$2ax + 2by = -2by - 2ax, \quad ax + by = 0, \quad y = -\frac{b}{a}x$$

Отже, отримане рівняння прямої проходить через точку перетину діагоналей ромба і є перпендикулярним до сторін ромба.

Задача 17. На площині розміщені точки *A* та *B*. Знайти геометричне місце точок *M*, що є в два рази рівновіддаленішими від *A*, ніж від *B*.

Розв'язання:

Обираємо систему координат, так щоб точка *A* знаходилася в початку координат, а додатна піввісь абсцис співпадала з відрізком *AB*. За одиничний

відрізок обираємо відрізок *AB*. Тоді точки мають координати: *A(0; 0), B(1; 0), M(x; y).*

Умова $\rho(A; M) = 2\rho(B; M)$ в координатах має вигляд:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

Якщо піднесемо обидві частини рівняння до квадрату і виконаємо перетворення, отримаємо:

$$3x^2 - 6x + 4 + 3y^2 = 0$$

2.3. Дидактичні особливості проведення уроків узагальнення та систематизації знань про координатно-векторний метод розв'язування задач

Одним із важливих аспектів навчання геометрії є формування в учнів навичок застосування координатно-векторного методу для розв'язання задач. Даний метод дозволяє спростити обчислення та зробити геометричні міркування більш наочними й зрозумілими. Однак для ефективного засвоєння учнями цього методу необхідно правильно організувати процес узагальнення та систематизації знань. Уроки, на яких здійснюється узагальнення і систематизація знань про координатно-векторний метод розв'язування задач, мають свою специфіку і потребують дидактичного підходу, що забезпечить учням глибоке і системне розуміння матеріалу.

Координатно-векторний метод розв'язування задач у геометрії передбачає використання декартової системи координат і векторів для опису геометричних об'єктів та їхніх властивостей. Він дозволяє перекласти геометричні задачі в алгебраїчні вирази, що значно спрощує їх розв'язання. Вектори, координати точок, відстані між точками та інші елементи векторної

геометрії стають основними інструментами для формулювання та вирішення задач.

Для учнів координатно-векторний метод є зручним способом уявлення геометричних фігур у вигляді координатних точок і векторів, що дозволяє їм здійснювати точні обчислення і застосовувати математичні методи, знайомі з попередніх етапів навчання, для розв’язання складних задач. Це дає змогу учням побачити зв'язок між алгеброю та геометрією, що важливо для їхнього подальшого математичного розвитку.

Аналогія є одним з найбільш ефективних та зрозумілих методів пізнання, що полягає в умовиводі, в якому на основі схожості об'єктів за певними ознаками робиться висновок про їхню подібність за іншими характеристиками, що дозволяє учням розвивати здатність до самостійного мислення, осмислення навчального матеріалу, узагальнення та систематизації знань. Джордж Пойя підкреслював, що приклади, у яких застосовується аналогія, надзвичайно різноманітні.

Використання аналогії в навчанні значно полегшує засвоєння матеріалу, оскільки вона дозволяє переносити знання з однієї області на іншу, зв’язуючи невідоме з відомим. Д. П. Горський зазначав, що «аналогія допомагає здобути нові знання, пояснюючи незрозуміле та подаючи абстрактне у доступній формі. Крім того, аналогія може бути застосована як метод розв'язання задач, зводячи їх до подібних, вже розв'язаних» [].

Поняття аналогії можна досліджувати з кількох напрямків, зокрема, як відношення подібності між об’єктами, як форма логічного висновку або як метод пізнання. У методиці математики аналогія виступає як важливий дидактичний прийом. Вона використовується для вивчення нових понять, повторення матеріалу, знаходження способів розв’язання задач та складання нових задач.

Аналогія є корисним методом при вивченні стереометрії декартових координат, геометричних перетворень на площині та в просторі. Суть цього методу полягає в перенесенні понять, формул та властивостей фігур з площини у простір. В розв'язанні стереометричних задач ми можемо використовувати знання, набуті при вивченні властивостей фігур на площині, або вже відомі методи діяльності, щоопомагає виявляти внутрішні зв'язки геометрії, оскільки стереометрія є логічним продовженням курсу планіметрії. Перетворення в цьому контексті означає узагальнення знань та вмінь учнів через порівняння навчального матеріалу(рис.2.14).

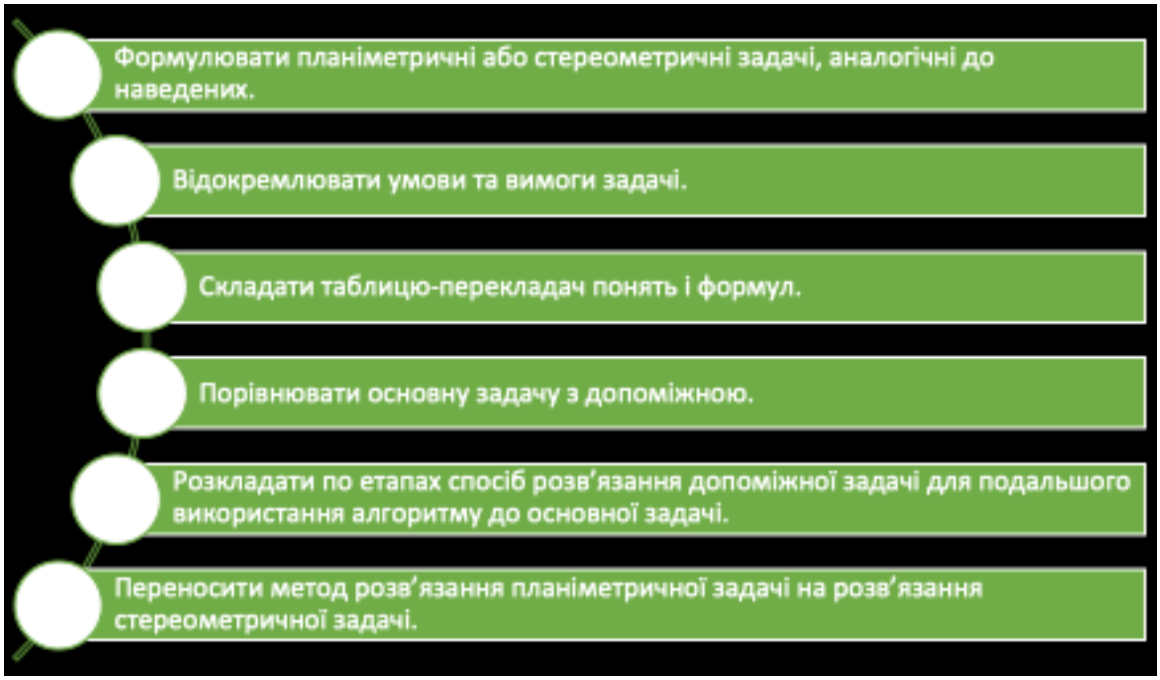


Рис. 2.14. Перелік вмінь для використання координатного методу

Використовуючи аналогію, вчителі можуть складати стереометричні задачі на основі планіметричних, що значно спрощує навчальний процес. П. К. Магомедбеков зауважував, що «з умов задач, за їхньою структурою, найпростіше складати стереометричні задачі, аналогічні різним

планіметричним, при цьому для кожної планіметричної задачі можна створити стереометричну задачу, і часто їх можна скласти не одну» []. Доцільно пропонувати учням розглядати подібні задачі з планіметрії та стереометрії в порівнянні. Таким чином, учні не тільки повторюють раніше вивчений матеріал, а й використовують його як основу для розвитку нових умінь та навичок. Вони вчаться розпізнавати глибокі зв’язки між різними розділами геометрії, а також застосовувати вже набуті знання та вміння в нових умовах.

Під час одного з уроків учитель може запропонувати учням задачу, але її розв’язання повинно передувати вирішенню допоміжної задачі, яка буде простішою, але базуватиметься на тому ж принципі. Після розв'язання допоміжної задачі учні повинні перенести кроки розв’язання з планіметрії на складнішу задачу зі стереометрії, що дозволяє здійснити узагальнення набутих знань з одного курсу і застосувати їх для вирішення задач у просторі. Успіх використання аналогії полягає в тому, що учні можуть зіставити умови та етапи розв’язання обох задач.

Для досягнення успішного узагальнення та систематизації знань учитель повинен сприяти розвитку логічного мислення учнів. Ми вважаємо, що важливо включати в процес навчання самостійне виведення формул, що допоможе учням стати більш самостійними в розв’язуванні задач. Це сприяє розвитку їхнього логічного мислення.

Найбільш ефективним для уроків узагальнення та систематизації є використання таблиць, схем або логічних ланцюжків. Те саме стосується застосування методу аналогії на уроках математики. Учні самостійно опрацьовують матеріал, розбиваючи його на блоки і встановлюючи логічні зв’язки між ними. Як методичний прийом, рекомендовано використовувати аналогію для того, щоб залучити учнів до виявлення закономірностей.

Спочатку ми пропонуємо їм самостійно здогадатися про відповідні формули для стереометрії, використовуючи прийом аналогії.

Вивчення методу координат у просторі сприяє формуванню в учнів чіткого розуміння методу аналогії та його властивостей. До основних властивостей належать: раціональність застосування, доступність для розуміння, універсальність (широка сфера використання) та ефективність. Під час навчання аналогія може використовуватися як інструмент для розширення знань учнів. Важливо прищеплювати учням звичку свідомо застосовувати аналогію при пошуку методів розв’язання задач, що можна ефективно реалізувати, якщо подавати задачі групами, класифікуючи їх за темами. Класифікація задач без використання елементів методу аналогії є неможливою.

Залежно від поставленої мети, задачі можна розподіляти на типи різними способами: за видом фігур, що згадуються в задачах, за методами розв’язання або за використовуваними формулами. Основним критерієм для об’єднання задач в одну групу є аналогія. Коли вчитель пропонує учням розв'язувати задачі, що пов’язані та організовані за певними ознаками, учні значно швидше і зручніше засвоюють методи та прийоми їх вирішення.

Висновки до 2 розділу

У другому розділі дипломної роботи розглянуто методику узагальнення та систематизації знань учнів щодо координатно-векторного методу. Аналіз навчальних матеріалів з тем «Координати» та «Вектори», викладених у шкільних підручниках з геометрії, показав важливість систематизованого підходу до вивчення цих тем для забезпечення глибокого розуміння учнями основних принципів координатно-векторного методу.

Пропедевтика вивчення координатно-векторного методу була визначена як необхідний етап, що включає формування основних знань та умінь учнів у плані роботи з координатами та векторами. Важливість цього етапу полягає в тому, що саме на ньому закладаються фундаментальні навички, які потім будуть використані в більш складних розв’язках геометричних задач.

Дидактичні особливості проведення уроків узагальнення та систематизації знань передбачають важливість використання різноманітних методичних прийомів, що сприяють активізації учнів у процесі навчання. Зокрема, застосування аналогії для порівняння планіметричних і стереометричних задач допомагає учням не лише повторювати раніше засвоєний матеріал, а й використовувати його для розвитку нових навичок та умінь, що сприяє виявленню глибоких зв'язків між різними розділами геометрії і забезпечує більш ефективне засвоєння складних понять.

Загалом, методика узагальнення та систематизації знань у курсі координатно-векторного методу є важливим етапом, що допомагає учням не лише закріпити знання, а й підготувати їх до подальшого навчання з вищих рівнів геометрії.

РОЗДІЛ 3. ЗАСТОСУВАННЯ ІКТ ДЛЯ УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ ПРИ ВИВЧЕННІ КООРДИНАТНО-ВЕКТОРНОГО МЕТОДУ

3.1. Переваги використання ІКТ в освітньому процесі

Сучасні інформаційні технології дедалі більше проникають у всі сфери навчання, значно змінюючи традиційні підходи до освіти. В умовах дистанційного та змішаного навчання інтерактивні інструменти стають особливо важливими, оскільки вони дозволяють зробити навчальний процес більш цікавим та доступним для учнів. Використання інтерактивних технологій на уроках сприяє створенню сприятливого середовища для активної участі учнів у навчанні, дозволяючи кожному з них усвідомити свою інтелектуальну спроможність та успішність.

Інтерактивне навчання за допомогою ІКТ значно покращує взаємодію між учителем і учнями, дозволяючи створювати та використовувати різноманітні онлайн-матеріали, які можна зручно переглядати на планшетах, телефонах чи мультимедійних дошках, що забезпечує ширший доступ до інформаційних джерел як в межах країни, так і за її межами, що допомагає розвивати спільну роботу над проектами.

Інформаційні технології, застосовувані в освітньому процесі, можна умовно поділити на дві основні групи:

- Мережеві технології, що використовують локальні мережі або глобальну мережу Інтернет, такі як електронні методичні рекомендації, сервери дистанційного навчання та інтерактивні платформи, що забезпечують зворотний зв'язок з учнями в режимі реального часу.

- Технології для локальних комп'ютерів, включаючи навчальні програми, комп'ютерні моделі, демонстраційні програми, електронні задачники, програми для контролю знань, а також дидактичні матеріали.

Використання ІКТ у навчанні дає змогу ефективно подати матеріал уроку. Вчитель може створювати слайди, на яких чітко формулюються завдання та основні тези уроку, що сприяє концентрації уваги учнів та підвищенню їхньої активності. Мультимедійна наочність, така як анімація або інтерактивні вправи, значно полегшує засвоєння інформації, адже вона подається в яскравій, динамічній та цікавій формі, що стимулює пізнавальний інтерес учнів. Зазначені технології особливо корисні на уроках математики, де для розв'язання задач зазвичай потрібно використовувати графіки, креслення чи схеми, що значно легше реалізувати через комп’ютерні програми.

Ще одним важливим аспектом є можливість залучення учнів до створення власних мультимедійних продуктів, таких як презентації, публікації чи сайти. Це не лише сприяє розвитку вмінь роботи з комп’ютерами, а й розвиває уяву, критичне мислення, а також навички пошуку та систематизації інформації. Такі заняття формують в учнів практичні навички, які будуть корисними не лише для навчання, але й у професійній діяльності в майбутньому.

Проектна технологія, завдяки ІКТ, дозволяє створити умови для більш глибокого освоєння навчального матеріалу. Учні, працюючи над проектами, вивчають конкретну тему більш детально, аналізують і систематизують отриману інформацію, а також навчаються працювати в групах і подавати свої результати.

За допомогою програмних засобів, таких як GeoGebra, учні можуть наочно побудовувати перерізи тіл, вектори у просторі та графіки функцій, що значно полегшує процес засвоєння складних концепцій. ІКТ також дозволяють

проводити контроль знань за допомогою комп'ютерного тестування, що активізує пізнавальну діяльність учнів і дає змогу більш оперативно перевіряти рівень засвоєння матеріалу.

Інтерактивні технології також мають значення для створення позитивного психологічного клімату в класі. Вони дозволяють уникнути стресових ситуацій, таких як публічні помилки, і створити атмосферу комфорту для учнів. Взаємодія з комп'ютером не викликає таких переживань, тому учні можуть сміливо експериментувати, вчитися на своїх помилках без страху зазнати невдачі(рис.3.1).



Рис.3.1. Використання ІКТ на уроках математики

Отже, використання ІКТ в освіті має безліч переваг. Вони дають можливість активізувати навчальний процес, підвищити інтерес до навчання, дозволяють працювати в різноманітних формах і на різних платформах. Вміння працювати з комп'ютерними технологіями стало невід'ємною частиною сучасної освіти, що забезпечує учням необхідні навички для розвитку в умовах цифрового суспільства.

3.2. Використання інтерактивних програм для візуалізації координатно-векторного методу

З кожним роком інформаційні технології стають важливою складовою сучасного освітнього процесу, а в умовах дистанційного навчання та змішаного формату їх застосування набуває особливого значення. Особливо актуальним є інтерактивний інструментарій, який сприяє підвищенню зацікавленості учнів та доступності навчальних матеріалів. Інтерактивне навчання створює умови для активної участі кожного студента в процесі, що дозволяє не лише освоїти нові знання, а й розвинути навички самостійного мислення та дослідження.

Одним із найбільш популярних інструментів для візуалізації математичних задач є програмне середовище GeoGebra, яке дозволяє ефективно поєднувати геометричні, алгебраїчні та статистичні концепції в єдиному інтерфейсі. Вже на етапі навчання геометрії та стереометрії студенти стикаються з необхідністю побудови та аналізу математичних об’єктів у різних просторах, а інтуїтивно зрозумілі інструменти GeoGebra значно полегшують цей процес.

GeoGebra має значну кількість функцій, що підтримують вивчення координатно-векторного методу. Використовуючи дану програму, можна наочно зображати та взаємодіяти з математичними об'єктами, такими як точки, вектори, прямі та багато інших. Однією з головних переваг GeoGebra є можливість роботи з координатами точок, що дозволяє ефективно будувати вектори на площині чи в просторі, змінюючи їх у реальному часі. Програма дозволяє не тільки побудувати геометричні фігури, але й маніпулювати ними, застосовуючи математичні операції, що є основою координатно-векторного методу(рис.3.2, 3.3).

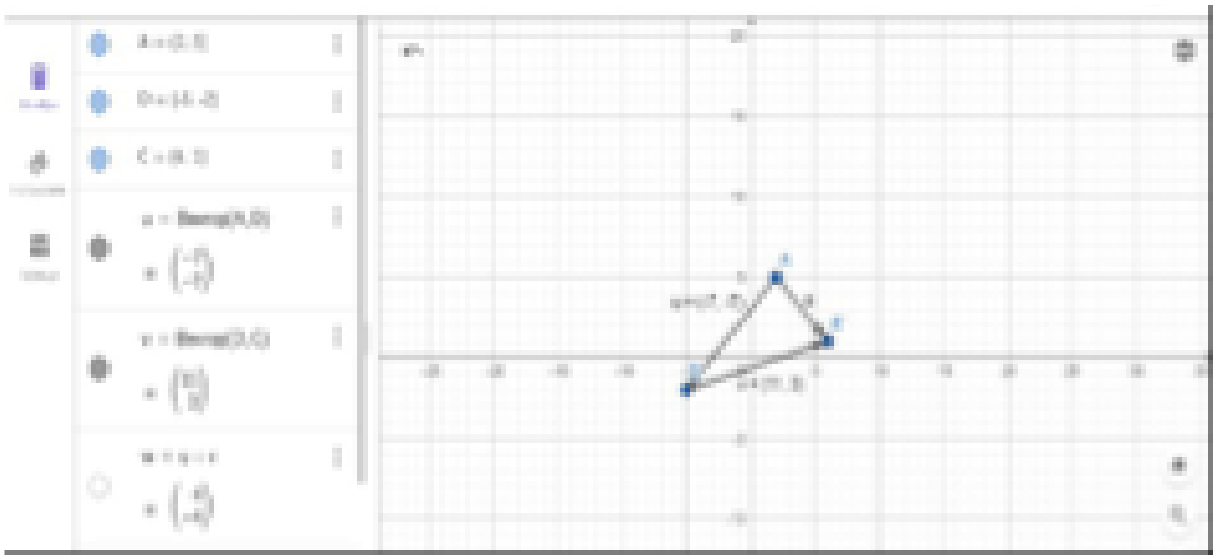


Рис. 3.2. Побудова вектора за координатами

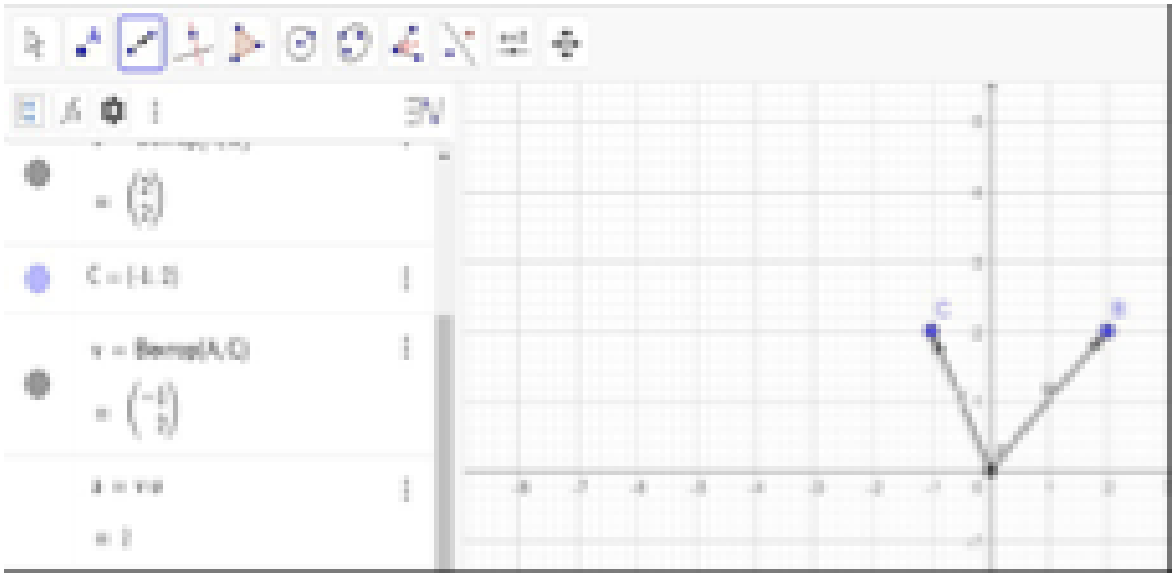


Рис. 3.3 Побудова вектора через іконку

При вивченні геометрії, GeoGebra дозволяє швидко та ефективно знаходити відстані між точками, будувати прямі, вектори та їх проекції, а також знаходити кути між ними, що на дають учням змогу зрозуміти складні геометричні концепції та застосовувати їх на практиці. Для того щоб студенти мали глибше розуміння векторних операцій, GeoGebra надає інструменти для розв’язування задач на колінеарність векторів, їх рівність, а також для виведення рівнянь прямих у просторі(рис.3.4,3.5,3.6).



Рис. 3.4. Приклад в програмі GeoGebra

Інтерактивне середовище GeoGebra дозволяє візуалізувати стереометричні задачі та працювати з тривимірними векторами, що особливо корисно для учнів, які мають труднощі з уявленням просторових об’єктів. Використання тривимірного калькулятора дає можливість будувати вектори в 3D-просторі, що значно полегшує розуміння таких понять, як напрямки, довжини векторів і взаємне розташування об'єктів.

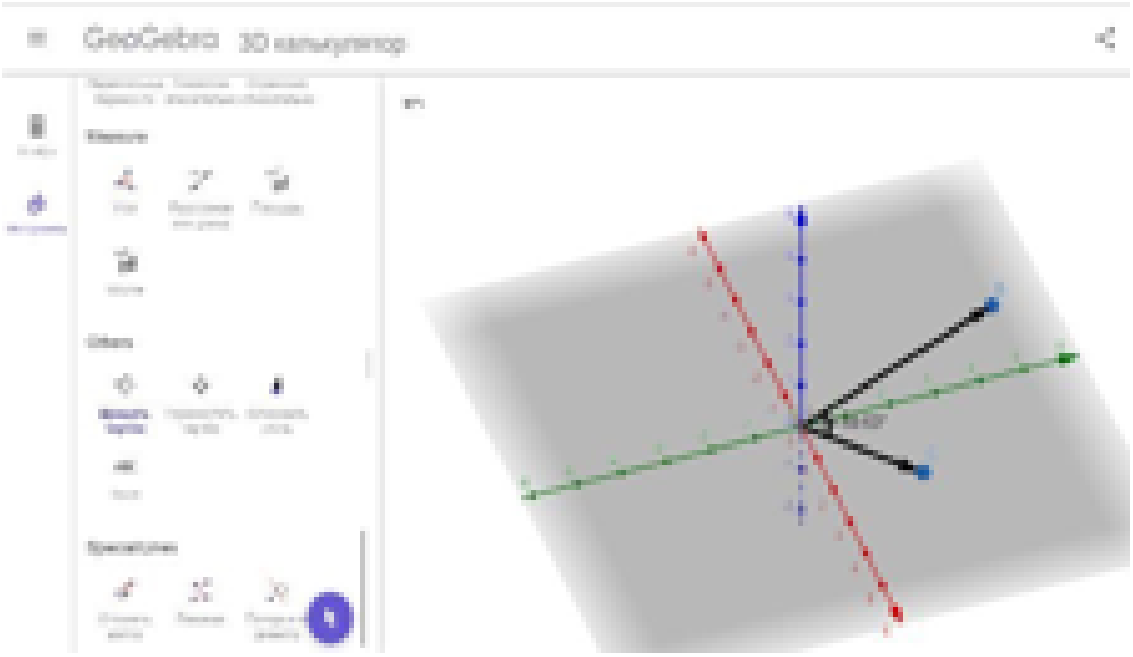


Рис. 3.5. Знаходження кута між векторами

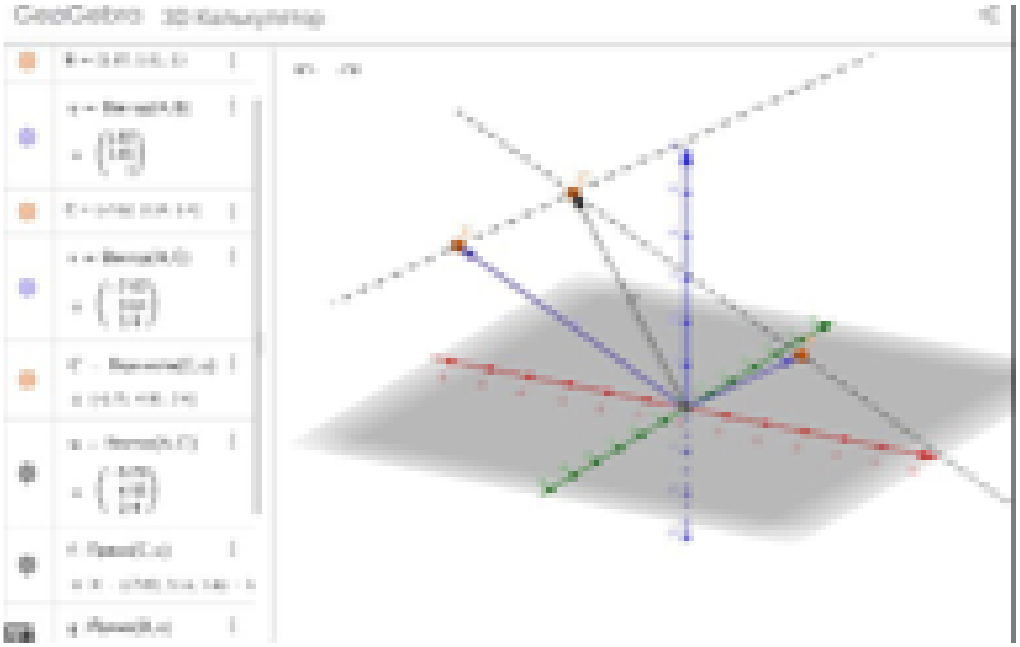


Рис. 3.6. Додавання векторів у просторі

Окрім цього, GeoGebra забезпечує можливість поєднувати геометричні побудови з алгебраїчними виразами, що є важливим аспектом при вивченні координатно-векторного методу. Так, учні можуть одночасно працювати як з графіками функцій, так і з їх геометричними аналогами. Це дозволяє поєднувати два рівні вивчення: алгебраїчний і геометричний, що надає більш повне розуміння матеріалу.

Завдяки цьому інтерактивному середовищу, викладачі можуть створювати різноманітні інтерактивні завдання, презентації та тести, що значно покращує ефективність навчального процесу. Візуалізація математичних об’єктів, їх взаємодія та зміна в реальному часі допомагають студентам краще зрозуміти, як на математичні вирази накладаються геометричні ідеї та принципи.

Інтерфейс GeoGebra дає змогу створювати динамічні моделі геометричних задач, що надає великий потенціал для вивчення стереометрії. Програма дозволяє не тільки будувати стереометричні фігури, але й

досліджувати їх властивості: обчислювати об'єми, площі поверхонь, розв’язувати рівняння, що описують ці фігури, і навіть змінювати параметри фігур в реальному часі. Використання GeoGebra на уроках дає можливість викладачам більш інтерактивно взаємодіяти з аудиторією, надаючи студентам можливість працювати з сучасними технологіями, що допомагають їм краще зрозуміти складні математичні концепції. Програма дозволяє не тільки полегшити навчальний процес, а й створити цікаву та ефективну атмосферу на заняттях. Отже, GeoGebra є потужним інструментом для візуалізації та дослідження математичних об'єктів у рамках координатно-векторного методу, що допомагає учням більш глибоко засвоювати матеріал та застосовувати його в практичних задачах.

3.3. Платформи для створення інтерактивних завдань на застосування координатно-векторного методу

Сучасні цифрові освітні сервіси відкривають широкі можливості для формування, узагальнення та систематизації знань учнів у процесі вивчення координатно-векторного методу. Інтерактивні платформи дають змогу поєднати теоретичний матеріал із динамічними вправами, що підсилюють пізнавальну активність школярів і сприяють міцнішому засвоєнню навчального змісту.

Одними з найбільш ефективних інструментів у роботі вчителя математики є платформи “LearningApps” та “Wordwall”. Вони забезпечують можливість створення навчальних модулів різних форматів — від вправ на встановлення відповідностей до задач з побудовою на координатній площині. Завдяки цьому учні отримують можливість не тільки виконувати традиційні

обчислення, а й візуалізувати просторові зв’язки між точками, векторами та геометричними фігурами.

Платформа “LearningApps” дозволяє генерувати інтерактивні вправи, що передбачають роботу з графічними об’єктами, координатною сіткою та мобільними блоками інформації, що робить її особливо зручною для тренування навичок визначення координат, обчислення довжин векторів, знаходження середини відрізка чи відстані між точками. Важливою перевагою є можливість миттєвого зворотного зв’язку та адаптації завдань під різні рівні підготовки(рис. 3.7).

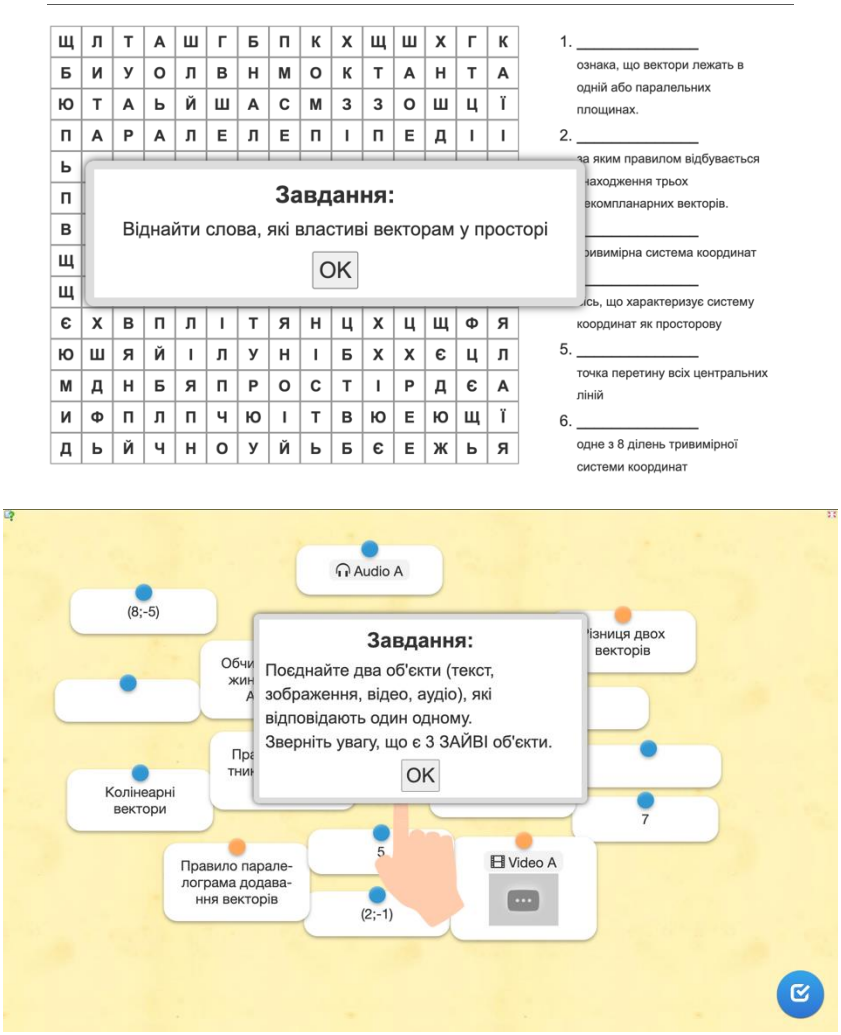


Рис.3.7. Демонстрація розроблених вправ на сервісі Learning Apps

Платформа “Wordwall” надає інший формат інтерактивності, орієнтований на ігрові механіки — “випадкове колесо”, “швидка відповідь”, “анаграми”, “пошук пари” тощо. Використання таких інструментів у процесі систематизації знань з координатно-векторного методу дозволяє перевести рутинні обчислення у формат змагання, підвищити мотивацію учнів та урізноманітнити способи подання матеріалу. У Wordwall доцільно створювати завдання на повторення ключових понять: координата точки, модуль вектора, колінеарність, напрямні числа, формули для обчислень(рис.3.8).

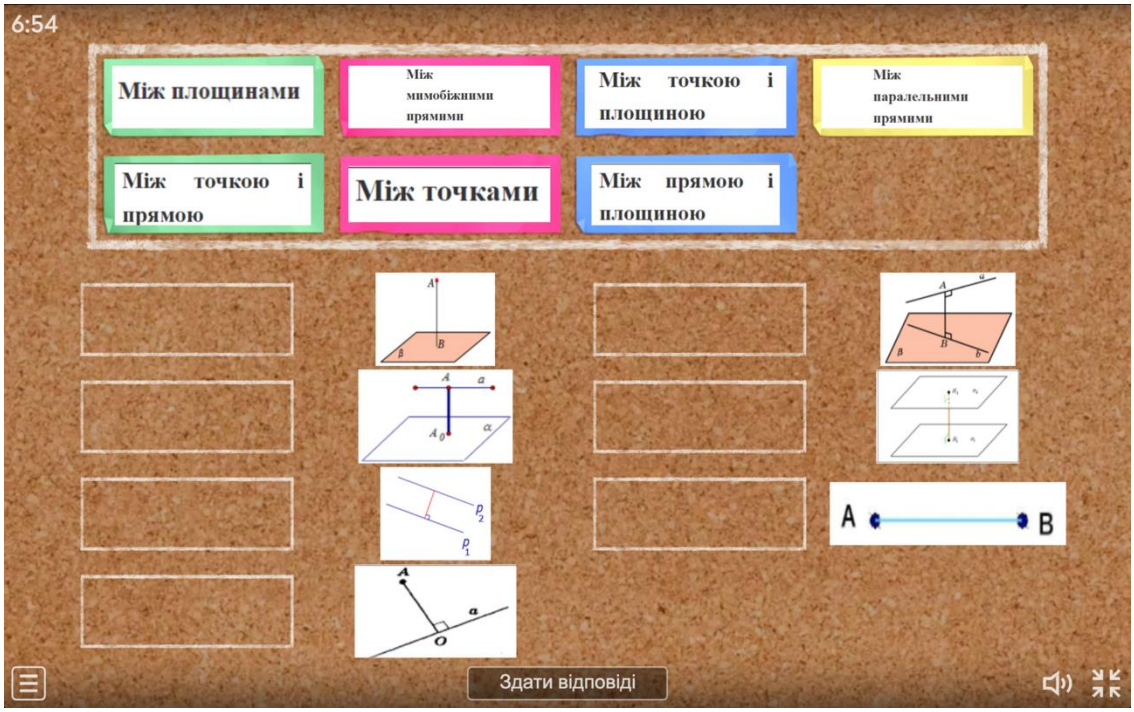


Рис.3.8. Демонстрація розробленої вправи на сервісі WordWall

Нижче подано розроблені інтерактивні вправи, створені у середовищах “LearningApps” та “Wordwall”, які призначені для узагальнення й систематизації знань з координатно-векторного методу(таб.3.1, 3.2). Розроблені завдання охоплюють основні елементи теми, забезпечують

варіативність тренувальних ситуацій і можуть бути використані як на уроці, так і для самостійної роботи учнів.

Таблиця 3.1

Інтерактивні вправи, розроблені у середовищі "LearningApps"

№	Назва вправи	Короткий опис	Посилання
1	**Координати точок на площині**	Вправа на визначення координат заданих точок та співвіднесення їх з позиціями на координатній сітці.	https://learningapps.org/xxxxxx
2	**Знайди середину відрізка**	Інтерактивне завдання на застосування формули середини відрізка.	https://learningapps.org/xxxxxx
3	**Довжина вектора**	Вправа на обчислення модуля вектора за його координатами.	https://learningapps.org/xxxxxx
4	**Переміщення векторів**	Інтерактивне перетягування векторів із завданням визначити їх рівність та колінеарність.	https://learningapps.org/xxxxxx
5	**Координатна геометрія: тест**	Узагальнюючий тест із теми "Координатно-векторний метод".	https://learningapps.org/xxxxxx

Таблиця 3.2

Завдання, розроблені у середовищі "Wordwall"

№	**Назва вправи**	**Формат**	**Дидактичне призначення**	**Посилання**
1	**Основні формули координатно-векторного методу**	"Пошук пари"	Закріплення формул: довжина відрізка, координати середини, модуль вектора.	https://wordwall.net/xxxxxx
2	**Вектори: визначення та властивості**	"Випадкове колесо"	Повторення ключових понять у форматі гри.	https://wordwall.net/xxxxxx
3	**Обчислення координат вектора**	"Швидка відповідь"	Тренування навичок швидкого	https://wordwall.net/xxxxxx

			визначення координат вектора.	
4	**Колінеарність векторів**	“Тест”	Перевірка розуміння поняття напрямних чисел та умов колінеарності.	https://wordwall.net/xxxxxx
5	**Графічні задачі на координатній площині**	“Анаграми” з побудовою	Розвиток уміння розпізнавати об’єкти за їхніми властивостями та розміщенням на координатній площині.	https://wordwall.net/xxxxxx

У межах педагогічної практики було проведено опитування серед учнів 10-х класів (усього 28 респондентів) з метою оцінити ефективність інтерактивних вправ, створених у середовищах "LearningApps" та "Wordwall". Опитування проводилося після завершення серії уроків, присвячених застосуванню координатно-векторного методу.

Анкета містила 7 запитань, частина з яких оцінювалася за п’ятибальною шкалою (1 — повністю не згоден, 5 — повністю згоден):

1. Чи було зрозуміло виконувати інтерактивні вправи?
2. Чи сприяли вправи кращому розумінню координат та векторів?
3. Чи було цікаво працювати з платформами LearningApps та Wordwall?
4. Як ти оцінюєш складність завдань?
5. Чи допомагають інтерактивні вправи краще запам’ятати формули?
6. Що тобі зручніше — традиційні або інтерактивні завдання?
7. Які пропозиції маєш щодо покращення роботи з ІКТ?

Таблиця 3.3

Узагальнені результати опитування (28 учнів)

Показник	Частка учнів	Інтерпретація
Зрозумілість виконання вправ	**82%**	Більшість учнів не відчули труднощів при роботі з цифровими завданнями
Сприяння кращому розумінню теми	**78%**	Інтерактивність допомогла учням глибше засвоїти координати та вектори
Зацікавленість у цифрових платформах	**89%**	Учні позитивно сприйняли роботу з LearningApps і Wordwall
Оптимальна складність	**71%**	Завдання здебільшого оцінено як посильні та збалансовані
Перевага інтерактивних форм	**64%**	Частина учнів надає перевагу традиційним завданням, але більшість — інтерактивним
Підвищення мотивації	**79%**	Учні стали охочіше виконувати завдання завдяки ігровим елементам

Результати проведеного дослідження засвідчили високу ефективність використання інформаційно-комунікаційних технологій у процесі формування та систематизації знань з координатно-векторного методу. Отримані дані підтверджують, що інтерактивні платформи LearningApps і Wordwall забезпечують доступне та структуровано подане навчальне середовище, яке позитивно сприймається більшістю учнів. Висока частка позитивних відгуків (82–89%) свідчить про те, що запропоновані цифрові вправи є не лише зручними у використанні, а й такими, що підвищують зацікавленість учнів у навчальній діяльності.

Встановлено, що інтерактивні ресурси сприяють не лише механічному виконанню математичних операцій, а й глибшому розумінню сутності координатно-векторного методу. На це вказує значний відсоток респондентів (78%), які відзначили полегшення засвоєння нового матеріалу завдяки поєднанню візуалізації, практичних дій та миттєвого зворотного зв’язку. Аналіз відповідей учнів також підтверджує відповідність рівня складності

інтерактивних завдань їхнім віковим та когнітивним можливостям, що є важливою умовою ефективності навчального процесу.

Застосування інтерактивних вправ під час вивчення координатно-векторного методу сприяє підвищенню навчальної мотивації, що водночас узгоджується зі спрямованістю сучасної освіти на розвиток STEM-компетентностей. Разом із тим наявність учнів, які віддають перевагу традиційним формам роботи, свідчить про доцільність використання комбінованого підходу, що інтегрує класичні й цифрові методи навчання у єдину педагогічну систему.

Загалом результати опитування підтверджують, що інтерактивні платформи LearningApps та Wordwall є ефективними дидактичними інструментами, які забезпечують зростання навчальної активності, формування глибших когнітивних зв’язків та розвиток стійкої мотивації до вивчення математики. Таким чином, упровадження ІКТ у навчання координатно-векторного методу можна вважати педагогічно виправданим і методично доцільним.

Висновки до 3 розділу

У третьому розділі дипломної роботи було розглянуто застосування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) для узагальнення та систематизації знань при вивченні координатно-векторного методу. Виявлено, що використання ІКТ у навчальному процесі має низку суттєвих переваг, зокрема підвищення ефективності засвоєння матеріалу, забезпечення інтерактивності навчання, можливість швидкої візуалізації складних математичних процесів і взаємозв’язків.

Застосування ІКТ при розв'язуванні задач координатно-векторним методом значно спрощує виконання математичних обчислень, зокрема за допомогою інтерактивних програм, що дозволяють наочно продемонструвати геометричні перетворення, а також застосовувати координатно-векторний метод для вирішення складних задач. Використання таких програм значно покращує візуалізацію процесу розв’язання задач, що в свою чергу сприяє глибшому розумінню матеріалу учнями.

Особливу увагу слід звернути на можливість створення інтерактивних завдань для учнів, які дозволяють активно взаємодіяти з навчальним матеріалом. Платформи для створення таких завдань допомагають не тільки вчителю, але й самим учням, забезпечуючи більш гнучкий підхід до вивчення координатно-векторного методу. У результаті, застосування ІКТ для узагальнення та систематизації знань дає змогу підвищити якість навчання, робить його більш доступним та зрозумілим для учнів, дозволяючи досягти значних успіхів у засвоєнні координатно-векторного методу.

ВИСНОВКИ

У даній дипломній роботі було комплексно досліджено теоретичні, методичні та технологічні аспекти узагальнення та систематизації знань здобувачів освіти під час вивчення координатно-векторного методу у шкільному курсі геометрії. Аналіз літератури, сучасних освітніх практик та інформаційно-комунікаційних технологій дав змогу сформувати цілісне бачення ефективного використання ІКТ як інструменту підвищення якості математичної освіти.

У першому розділі було з’ясовано сутність процесів узагальнення та систематизації знань, визначено їх функції, принципи та роль у навчанні математики. Обґрунтовано, що систематизація є невід’ємним компонентом формування математичної компетентності, оскільки забезпечує узгодженість і цілісність знань учнів, сприяє розвитку логічного мислення, уміння робити висновки та застосовувати набутий досвід у нових ситуаціях. Історичний огляд становлення координат та векторів дав змогу підкреслити як фундаментальність цих понять, так і їх практичну значущість у сучасній науці.

У другому розділі здійснено аналіз шкільних підручників з геометрії, що дозволило окреслити сильні та слабкі сторони подання навчального матеріалу з тем "Координати" та "Вектори". Розкрито методичні аспекти пропедевтики координатно-векторного методу, визначено оптимальні форми й прийоми узагальнення та систематизації знань у межах уроків геометрії. Показано, що поєднання традиційних методів із сучасними засобами ІКТ створює сприятливі умови для формування в учнів глибокого, структурованого й осмисленого розуміння математичних об’єктів.

Третій розділ присвячено практичному аспекту використання ІКТ у процесі навчання координатно-векторного методу. Доведено, що інтерактивні

технології відкривають нові можливості для візуалізації геометричного матеріалу, забезпечують оперативний зворотний зв’язок, роблять складні математичні процеси доступнішими для учнів. Інструменти, такі як GeoGebra, дозволяють наочно демонструвати побудови, перетворення, властивості векторів та координатних фігур, що суттєво полегшує розуміння просторових залежностей та формує вміння застосовувати координатно-векторний метод у практичних задачах.

У межах дослідження було розроблено власний комплект інтерактивних завдань на платформах Wordwall та LearningApps, орієнтований на систематизацію основних понять, закріплення алгоритмів та тренування практичних навичок розв’язування задач координатно-векторним методом. Створені ресурси дозволяють організувати індивідуальну, групову та дистанційну роботу учнів, сприяють підвищенню мотивації та активної участі в навчанні, забезпечують диференціацію й самоконтроль.

Отже, результати проведеної роботи підтверджують, що поєднання традиційної методики викладання геометрії з інструментами ІКТ є ефективним шляхом підвищення якості засвоєння координатно-векторного методу. Інтерактивні технології забезпечують можливість створення наочних моделей, активізують пізнавальну діяльність, формують навички аналізу, узагальнення та систематизації знань. Використання таких технологій дозволяє вчителю організувати навчальний процес більш різноманітно, гнучко та результативно, а учням — отримати глибше розуміння складних математичних концепцій.

Узагальнюючи результати дослідження, можна стверджувати, що ІКТ є потужним засобом модернізації навчання математики, який не лише підтримує традиційний освітній процес, але й розширює його можливості, забезпечуючи формування компетентностей, необхідних для життя в

сучасному цифровому суспільстві. Створені інтерактивні матеріали можуть бути використані на уроках, під час домашньої роботи, у позакласній діяльності та в дистанційному навчанні, що робить їх універсальним інструментом педагогічної практики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Апостолова Г. В. Геометрія: дворівневий підручник для 9 кл. загальноосвітніх навчальних закладів. Київ: Генеза, 2009. 304 с.
2. Атанасян Л. С. Метод координат на площині. Уравнение множества точек. Сборник задач по геометрии : учеб. пособие для студентов физ.- мат. фак. пед. ин-тов. Москва: Просвещение, 1973. С. 25–50.
3. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2005. 360 с.
4. Бевз В. Г. Метод координат і його вивчення в школі. Didactics of mathematics: Problems and Investigations. 2010. № 34. С. 82-86.
5. Бевз В. Г. Практикум з методики навчання математики. Основна школа. Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2012. 267 с.
6. Бевз Г. П. Методи навчання математики. Харків: Видавнича група «Основа», 2003. 96 с.
7. Бевз Г. П. Методика викладання математики: навч. посібник. 3- тє вид., перероб. і доп. Київ: Вища школа, 1989. 367 с.
8. Бевз Г. П. Методика викладання математики: Навчальний посібник / Г.П. Бевз – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.
9. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владіміров В. М., Владімірова Н. Г. Геометрія. Профільний рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої школи. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 272 с.
10. Біляніна О. Я., Білянін Г. І., Швець В. О. Геометрія. Академічний рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої школи. Київ: Генеза, 2010. 256 с.
11. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ: Зодіак-ЕКО, 2009. 240 с.

12. Васильєва Д. В., Годованюк Т. Л. «GIOS ONLINE PLATFORM AS A TOOL FOR OVERCOMING LEARNING LOSSES IN MATHEMATICS». ITLT, 2023, № 6.

13. Возняк О. Г. Метод координат у геометричних задачах. Навч. посібник. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2013. 64 с.

14. Гельфанд І. М., Глаголева Є. Г, Кирилов А. А. Метод координат. Москва: Наука, 1966. 80 с.

15. Гордієнко І. В. Метод аналогії у вивченні шкільного курсу стереометрії : автореф. дис. канд. пед. наук :13.00.02. Київ, 2003. 20 с.

16. Грідіна О. О. Використання онлайнового сервісу Learningapps.org для узагальнюючого повторення теми «Рівняння». Тези доповідей IX міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2021). Черкаси: вид. від ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2021. С. 136-137.

17. Єршова А. П., Голобородько В. В., Крижановський О. Ф., Єршов С. В. Геометрія: підруч. для 9 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Вид-во «Ранок», 2017. 256 с.

18. Занкович Н. М. Використання сервісу LearningApps при вивченні математики. URL: https://naurok.com.ua/metodichniy-posibnik-

19. Ічанська Н. В., Лозицький Д. Ю. «Використання математичного апарату та ІКТ для розв'язання прикладних задач». Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і інформатика», 2023, № 43(2), с. 119–129.

20. Кіяновська Н. М., Рашевська Н. В., Семеріков С. О. «Theoretical and methodical foundations of usage of ICT in teaching higher mathematics to engineering students». Monograph, 2018.

21. Коваленко А. В., Ліга М. В., Пятковська А. О. Використання ІКТ у математичній освіті: можливості для учнів та вчителів. Математика в школі. 2022. № 5. С. 12-18.

22. Крамор В. С. О совершенствовании методов обучения математики: сборник статей /Сост. В. С. Крамор Москва: Просвещение, 1978. 160 с.

23. Кучеренко Т. В., Литвинова В. О. Моделювання математичних задач із використанням ІКТ. Журнал математичної освіти. 2023. № 4. С. 60-68.

24. Лов'янова І. В. Методика навчання математики у запитаннях і відповідях. Навчальний посібник для підготовки студентів до атестації здобувачів вищої освіти / І. В. Лов'янова. – Кривий Ріг: Криворізький державний педагогічний університет. – 2016. – 78 с.

25. Матяш О. І., Савченко М. В. Використання прийому аналогій у навчанні стереометрії у старшій школі. Вінниця: Вінницький державний педагогічний університет, 2013. 41 с.

26. Мельніченко В. В. «Використання ІКТ на уроках математики». Інформаційно-комунікаційні технології в освіті, 2015, № 2.

27. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія. Профільний рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої школи. Харків : Гімназія, 2018. 240 с.

28. Мулеса П. «Аналіз стану розробленості проблеми професійної підготовки майбутніх учителів математики та інформатики». Education. Innovation. Practice, 2022, т.10, № 4.

29. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика. 5-7 класи. (Програма затверджена Наказом Міністерства освіти і науки України від 07.06.2017 № 804)

30. Навчальна програма з математики (Алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту.

31. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень.

32. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів.

33. Нелін Є. П. Геометрія (профільний рівень) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Вид-во «Ранок», 2018. 240 с.

34. Освітні програми | Міністерство освіти і науки України (mon.gov.ua)

35. Основи аналітичної геометрії в теоремах і задачах. Навч. посіб. // В.В. Гордецький, С.Б. Боднарук, Ж.І. Довгей, В.С. Лучко. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т ім. Ю.Федьковича, 2021. – 408 с.

36. Паламарчук І.О. «Використання ІКТ на уроках математики» (розробка уроку). Гущинецьке ВПУ, 2021.

37. Практикум з методики навчання математики. Основна школа: навчальний посібник для організації практичних занять і самостійної роботи студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів / За ред. В. О. Швеця. Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2012. 267 с.

38. Прийма О. О., Демченко Л. П. Інтерактивні технології в навчанні математики: розвиток критичного мислення учнів. Математика та інформатика в школах України. 2022. № 3. С. 45-51.

39. Савченко І. М. Використання ІКТ для формування математичних компетентностей у школярів. Освіта та педагогіка. 2023. № 2. С. 100-110.

40. Семеріков С. О. та ін. «Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології у математичній освіті». 2009. (Методичні рекомендації щодо застосування ІКТ при вивченні математики) Цифрова бібліотека НАПН України.

41. Сивий М., Мазабаєв О., Варакута О. та ін. «Distance learning as innovation technology of school geographical education». arXiv preprint, 2022.

42. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : підручник для студентів математичних спеціальностей пед. навчальних закладів. Київ: Вища школа, 2006. 582 с.

43. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. 240 с.

44. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів / З. І. Слєпкань – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.

45. Яковець В. П., Боровик В. Н., Вавриkович Л. В. Аналітична геометрія: навчальний посібник. Київ: Вища школа, 2003. 463 с.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК 1

Конспект уроку з геометрії на тему «Метод координат у просторі» 11 клас (рівень стандарту)

Мета уроку:

- навчальна: узагальнити й систематизувати знання учнів з теми «Метод координат»; удосконалити вміння використовувати формули даної теми;
- розвивальна: розвивати просторову уяву, увагу, логічне мислення, пам'ять учнів, формувати вміння робити висновки по аналогії;
- виховна: формувати науковий світогляд учнів, сприяти усвідомленню важливості математики як універсальної мови науки.

Тип уроку: узагальнення й систематизація знань, вмінь, навичок.

Методи навчання: пояснювально-ілюстративний метод.

Форми навчання: фронтальна, індивідуальна.

Наочність та обладнання: комп'ютер, проектор, презентація, дошка, крейда.

ХІД УРОКУ

І. Організаційний етап.

Вчитель перевіряє присутніх, налаштовує робочу атмосферу у класі.

ІІ. Перевірка виконання домашнього завдання.

Аналогічне завдання домашньої роботи було розв'язане на попередньому уроці, тому вчитель пропонує учням влаштувати взаємоперевірку з сусідом по парті, називаючи правильні відповіді.

ІІІ. Мотивація навчальної діяльності учнів. Повідомлення теми уроку.

Вступне слово вчителя. Кажуть, що математика – то прообраз краси світу. А єдина можливість побачити та усвідомити цю красу – розвивати свої знання та вміння, багато та наполегливо працювати.

На мою думку, однією з таких тем, де можна побачити усю виразність, красу і досконалість геометрії є тема «Метод координат в просторі», над якою

ми з вами зараз попрацюємо. Сфера використання даного методу вражає: алгебра, фізика, астрономія, техніка, і т.д.

Також немало важливим є і той факт, що завдання на координати й вектори присутні на ЗНО. Тому для вас є вагома причина наполегливо працювати при вивчені даної теми.

IV. Актуалізація опорних знань.

1. Фронтальна робота з учнями.

Для актуалізації знань вчитель задає наступні питання та формує такі завдання:

1. Як задати систему координат на площині?
2. Як називаються числа, за допомогою яких визначають положення точки на площині ?
3. Скільки координат задають положення точки на площині? А у просторі?
4. Чи прослідковуються між поняттями площини та простру певна схожість?

2. Невеличка розповідь учителя:

При вивчені методу координат у просторі будемо використовувати наші знання з планіметрії і робити висновки за допомогою аналогії. Аналогією називається умовивід, в якому на основі схожості предметів за одними ознаками робиться висновок про схожість цих предметів за іншими ознаками. Використання прийому аналогії у навчальному процесі дозволяє: узагальнити, систематизувати та повторити знання; розвити здібності пошуку подібностей у деяких властивостях чи відношеннях; висувати здогадки та гіпотези, перевіряти істинності отриманих висновків.

V. Узагальнення, систематизація й застосування набутих знань, вмінь і навичок.

1. Створення схеми-алгоритму

Вчитель формує завдання: Скласти схему-алгоритм щодо послідовності виконання кроків при розв’язанні задач методом координат.

Вчитель попередньо вже приготував шаблон даної схеми за дошкою. Після того, як учні виконали завдання, вчитель показує можливий варіант схеми.

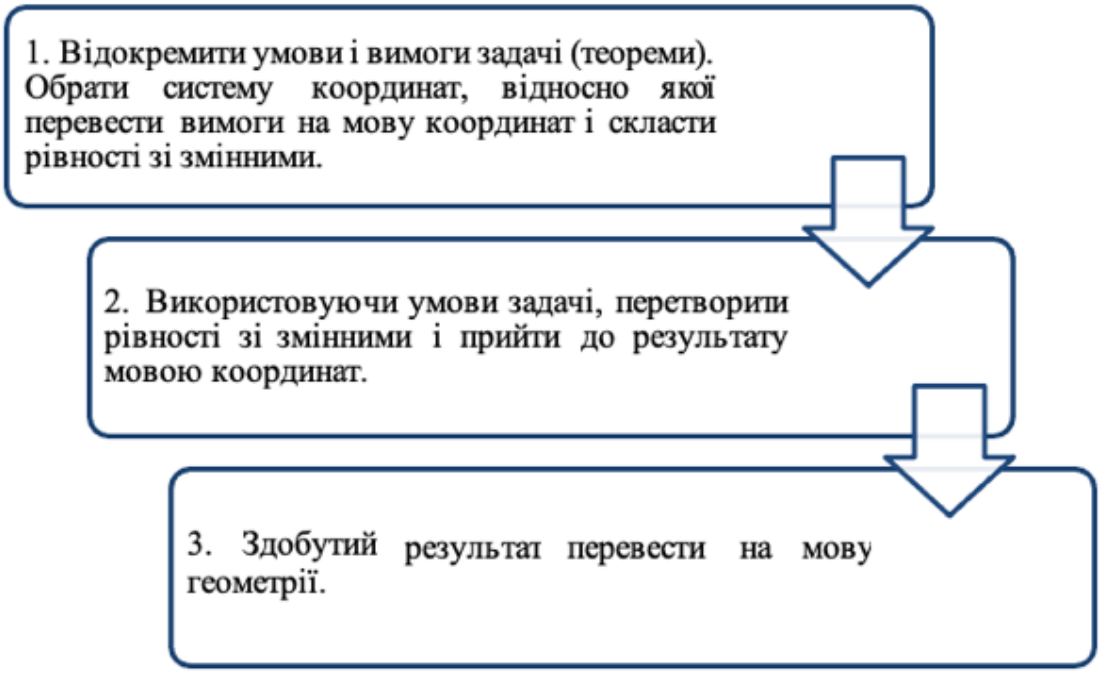


Рисунок А.1.

- Чи схожі ваші схеми на ту, що зображена на дошці? Якщо ні, то чи відповідають ваші схеми тій логіці, яка наведена у схемі вчителя?
- Чим ви послуговувалися, коли складали схему-алгоритм ?

Важливо підкреслити, що в учнів кількість кроків може бути більшою, але головне зрозуміти послідовність дій алгоритму.

2. Заповнення таблиці з використанням прийому аналогії

Далі вчитель формулює завдання: на слайді представлена частина таблиці на знання формул методу координат на площині та у просторі; спробуйте заповнити таблицю самостійно. Вчитель контролює процес виконання завдання і відповідає на можливі питання.

Таблиця А.1.

Співвідношення формул планіметрії та стереометрії

№	Формули планіметрії	Формули стереометрії
1.	Відстань між точками $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$ $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	Відстань між точками $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$ $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
2.	Координати $(x; y)$ середини відрізка з кінцями $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$ $x = \frac{x_1+x_2}{2}$; $y = \frac{y_1+y_2}{2}$;	Координати $(x; y; z)$ середини відрізка з кінцями $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$ **(Місце для формули)**
3.	Відстань від точки $B(x; y)$ до прямої A_1A_2: $Ax + By + C = 0$; $d = \frac{\lvert Ax + By + C\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$	Відстань від точки $B(x; y; z)$ до площини $\alpha: Ax + By + Cz + D = 0$; **(Місце для формули)**
4.	Рівняння кола радіуса R з центром в точці $Q(a; b)$ $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$	Рівняння сфери радіуса R з центром в точці $Q(a; b; c)$ **(Місце для формули)**
5.	Рівняння прямої на площині, що проходить через 2 задані точки $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$ $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$	Рівняння прямої у просторі, що проходить через 2 задані точки $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$ **(Місце для формули)**
6.	Загальне рівняння прямої на площині, де A, B, C – деякі числа відмінні від нуля. $Ax + By + C = 0$	Система, що визначає рівняння прямої як лінію перетину двох непаралельних площин. **(Місце для формули)**
7.	Загальне рівняння прямої, перпендикулярної вектору $\vec{n}(a; b)$ $ax + by + c = 0$	Загальне рівняння площини, перпендикулярної вектору $\vec{n}(a; b; c)$ **(Місце для формули)**
8.	$A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$ координати вектора: $\vec{A_1A_2}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$, модуль вектора: $\lvert\vec{A_1A_2}\rvert = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$ координати вектора: **(Місце для формули)** модуль вектора: **(Місце для формули)**
9.	Додавання векторів $a + b = c$ $a(x_1; y_1), b(x_2; y_2)$; $c(x_1 + x_2; y_1 + y_2)$	Додавання векторів $a + b = c$ $a(x_1; y_1; z_1), b(x_2; y_2; z_2)$; **(Місце для формули)**
10.	Множення вектора $a(x_1; y_1)$ на число μ: $\mu a = (\mu x_1; \mu y_1)$	Множення вектора $a(x_1; y_1; z_1)$ на число μ: **(Місце для формули)**

Після заповнення таблиці, представленої на попередньому слайді, буде показано правильний варіант її заповнення.

Відбувається обговорення завдання. До учнів ставляться такі запитання:

- За яким принципом ви виконали узагальнення ?
- Чи вдалося вам зрозуміти принцип аналогії? Та чи завжди він працює?

3. Розв'язування завдань

Завдання 1.

Дано дві точки M(-2;5), N(1;3) на площині. Знайдіть:

а) координати середини відрізка MN;

б) довжину відрізка MN;

в) координати вектора MN.

Розв'язання

а) Нехай $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$, тоді координати середини відрізка A_1A_2 : $\frac{x_1+x_2}{2}$; $\frac{y_1+y_2}{2}$

Нехай P - середина MN, тоді

$P\left(\frac{-2+1}{2}; \frac{5+3}{2}\right); P\left(-\frac{1}{2}; 4\right);$

б) $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$, $|A_1A_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$;

$|MN| = \sqrt{(1-(-2))^2 + (3-5)^2} = \sqrt{13};$

в) $\bar{MN}(1-(-2); 3-5)$; $\bar{MN}(3; -2)$.

Дана задача дає можливість учням пригадати та систематизувати знання набуті в процесі вивчення курсу планіметрії.

Тепер доцільно ж буде запропонувати вирішити аналогічне завдання, але вже в курсі стереометрії.

Завдання 2.

Дано дві точки $M(6; -2; 8)$, $N(4; 4; -1)$ у просторі. Знайдіть:

а) координати середини відрізка MN;

б) довжину відрізка MN;

в) координати вектора MN.

Розв'язання

а) Нехай P-середина MN, тоді

$P\left(\frac{6+4}{2}; \frac{-2+4}{2}; \frac{8-1}{2}\right); P(5; 1; 3{,}5);$

б) $|MN| = \sqrt{(4-6)^2 + (4-(-2))^2 + (-1-8)^2} = \sqrt{121} = 11;$

в) $\overline{MN}\,(6-4; 4-(-2); -1-8);\ \overline{MN}\,(2;\ 6; -9).$

Завдання 3.

На площині розміщено трикутник ABC з координатами його вершин: $A(-2; 3)$, $B(3; 5)$, $C(-1; -5)$. Запишіть рівняння медіани проведеної до сторони BC;

Розв'язання

Нехай $K(x; y)$ – середина відрізка BC. $x = \frac{3-1}{2} = 1,\ y = \frac{5-5}{2} = 0.$

Отже K(1;0). Медіаною до сторони BC є відрізок AK.

Знайдемо рівняння даної медіани використовуючи формулу:

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

Отже матимемо: $\frac{x-(-2)}{1-(-2)} = \frac{y-3}{0-3}.$

Виконавши алгебраїчні перетворення, отримаємо рівняння прямої у загальному вигляді $x + y - 1 = 0$ або $y = -x + 1$.

Завдання 4.

У просторі розміщено трикутник ABC з координатами його вершин: $A(-1; 4; 7)$, $B(0; 2; -3)$, $C(6; -4; 7)$. Запишіть рівняння медіани проведеної до сторони BC;

Розв'язання

Нехай $K(x; y)$ – середина відрізка BC.

$x = \frac{6-0}{2} = 3,\ y = \frac{-4-2}{2} = -3;\ z = \frac{7-(-3)}{2} = 5.$

Отже K(3;-3;5). Медіаною до сторони BC є відрізок AK.

Знайдемо рівняння даної медіани використовуючи формулу:

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$

Отже матимемо: $\frac{x-(-1)}{3-(-1)} = \frac{y-4}{-3-4} = \frac{z-7}{5-7}.$

Виконавши алгебраїчні перетворення, отримаємо $\frac{x+1}{4} = \frac{y-4}{-7} = \frac{z-7}{-2}$.

VI. Підсумок уроку. Рефлексія.

Учитель. Діти, ви добре попрацювали .

- Що ми сьогодні зробили на уроці?(Узагальнили знання про метод координат та систематизували знання у вигляді таблиці.)
- Чим для вам був корисний даний урок?
- Що викликало труднощі?
- Яким методом пізнання ви користувалися на уроці?
- Чи переконалися ви в тому, що координатний методи важливий, корисний і багатогранний?
- Чи отримали ви задоволення від знайомства з новими задачами та їх розв'язання?

Дякую за роботу на уроці.

VII. Домашнє завдання.

Вивчити напам'ять формули з теми «Метод координат» для планіметрії та стереометрії; скласти три стереометричні задачі, що розв'язуються координатним методом.