Карпатський національний університет імені Василя Стефаника
Факультет математики та інформатики
Кафедра математики та інформатики і методики навчання

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти
на тему **«Формування математичної компетентності при вивченні тригонометричних рівнянь та нерівностей»**

Виконала:
магістрантка групи СОМ(М)-2
спеціальності 014.04 Середня освіта(Математика)
Бразда Надія
(прізвище та ім'я здобувача освіти)
Керівник Никифорчин Ірина
(прізвище та ім'я)
Рецензент _____
(прізвище та ім'я)

Івано-Франківськ – 2025 р.

ЗМІСТ

ВСТУП 3

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ 7

1.1. Поняття математичної компетентності та її складові 7

1.2. Особливості формування математичної компетентності під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей 12

1.3. Роль сучасних методів і технологій у навчанні математики 18

Висновки до першого розділу 25

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИВЧЕННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ 27

2.1. Основні труднощі учнів у засвоєнні тригонометричних рівнянь та нерівностей 27

2.2. Методика викладання теми з акцентом на розвиток компетентностей 33

2.3. Використання інтерактивних методів у навчанні тригонометричних рівнянь та нерівностей 42

Висновки до другого розділу 49

РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА МЕТОДИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ 50

3.1. Ресурс «Світ тригонометрії» 50

3.2. Оцінка ефективності розробки 58

Висновки до третього розділу 60

ВИСНОВКИ 62

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 64

ДОДАТКИ 69

ВСТУП

Формування математичної компетентності є одним із ключових завдань сучасної освіти, оскільки математичні знання та вміння є основою для розвитку логічного мислення, аналітичних здібностей та здатності до вирішення комплексних задач у різних сферах діяльності. В умовах стрімкого розвитку інформаційних технологій та інтернаціоналізації освіти, здатність ефективно застосовувати математичні методи стає надзвичайно важливою як для професійної, так і для повсякденної діяльності.

Однією з важливих тем, що сприяють розвитку математичної компетентності учнів, є тригонометричні рівняння та нерівності. Вивчення цих тем вимагає не лише засвоєння теоретичних знань, а й здатності застосовувати їх для розв'язування різноманітних задач. Тригонометрія є фундаментальним розділом математики, який широко використовується в багатьох наукових та технічних галузях, таких як фізика, інженерія, астрономія, комп'ютерні науки.

Незважаючи на важливість цієї теми, учні часто стикаються з труднощами під час засвоєння тригонометричних рівнянь та нерівностей, що зумовлено їх абстрактністю та складністю. Виникає потреба в розробці ефективних методичних підходів та технологій, які сприятимуть полегшенню процесу навчання та покращенню математичних компетентностей учнів.

Актуальність дослідження полягає в розробці методичних рекомендацій для ефективного формування математичної компетентності учнів при вивченні тригонометричних рівнянь та нерівностей, зокрема через використання сучасних методів та технологій навчання, а також інтерактивних підходів. Це дозволить не лише підвищити рівень знань учнів,

але й розвинути в них уміння застосовувати математичні навички в реальному житті.

Актуальність дослідження формування математичної компетентності при вивченні тригонометричних рівнянь та нерівностей також підкріплюється роботами вітчизняних науковців, які досліджували питання розвитку математичних навичок та компетентностей учнів. Так, роботи І. Я. Гладкого, О. П. Савченко, Н. О. Карасика та В. О. Єрмолова сприяли розвитку теоретичних аспектів математичної компетентності, зокрема в контексті вивчення різних розділів математики. У своїх дослідженнях вони приділяють увагу методам та підходам до формування у школярів і студентів здатності до логічного мислення, аналітичних здібностей, а також до ефективного засвоєння математичних понять. Крім того, роботи О. В. Литвиненка та О. І. Сліпченка зосереджуються на методах викладання математики з використанням інтерактивних технологій, що допомагає розвивати математичну компетентність учнів і студентів у процесі навчання тригонометрії. Тому дослідження методичних аспектів вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей є важливим внеском у розвиток математичної освіти в Україні.

Метою дослідження є розробка методичних рекомендацій для формування математичної компетентності учнів при вивченні тригонометричних рівнянь та нерівностей, з акцентом на використання сучасних методів та технологій навчання.

Завдання дослідження наступні:

1. Охарактеризувати поняття математичної компетентності та її складові.

2. Аналізувати особливості формування математичної компетентності учнів під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей.

3. Визначити роль сучасних методів і технологій у навчанні математики.

4. Дослідити основні труднощі учнів у засвоєнні тригонометричних рівнянь та нерівностей.

5. Розробити методику викладання тригонометричних рівнянь та нерівностей з акцентом на розвиток математичної компетентності.

6. Оцінити ефективність використання інтерактивних методів у навчанні тригонометричних рівнянь та нерівностей.

Об'єктом дослідження постає процес формування математичної компетентності учнів при вивченні тригонометричних рівнянь та нерівностей.

Предметом дослідження є методи, технології та підходи до викладання тригонометричних рівнянь та нерівностей, спрямовані на розвиток математичної компетентності учнів.

Методи дослідження. У дослідженні використано комплекс методів, які дозволяють здійснити всебічний аналіз проблеми формування математичної компетентності при вивченні тригонометричних рівнянь та нерівностей. Серед основних методів дослідження — аналіз літератури для вивчення теоретичних аспектів математичної компетентності та існуючих підходів до викладання тригонометрії, спостереження для виявлення труднощів учнів, опитування учнів і викладачів щодо ефективності застосованих методів навчання, експеримент для апробації методичних рекомендацій та оцінки їхнього впливу на рівень математичної

компетентності учнів, а також метод порівняння для оцінки ефективності традиційних та інтерактивних методів навчання.

Наукова новизна дослідження полягає в розробці нових методичних рекомендацій для формування математичної компетентності учнів у процесі вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей. Вперше здійснено системний підхід до аналізу інтерактивних методів як основного інструменту для підвищення ефективності навчання цієї теми. Запропоновані методи навчання, що поєднують традиційні підходи з використанням сучасних технологій, сприяють розвитку критичного мислення, вміння застосовувати теоретичні знання у практичних ситуаціях, а також полегшують засвоєння складних математичних концепцій.

Практична значущість роботи полягає в розробці та апробації методичних рекомендацій, які можуть бути застосовані на практиці в навчальному процесі для підвищення ефективності вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей. Запропоновані методи навчання сприятимуть не лише покращенню рівня математичних знань учнів, а й розвитку їхньої здатності до самостійної роботи та критичного аналізу математичних проблем. Розроблені матеріали можуть бути використані в школах та інших навчальних закладах, що забезпечить підвищення загальної математичної підготовки учнів.

Структура роботи. Дипломна робота складається з трьох розділів, висновків до них, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ

1.1. Поняття математичної компетентності та її складові

Поняття математичної компетентності та її складові є важливими аспектами сучасної освітньої реформи в Україні, що реалізується в рамках Концепції Нової української школи (НУШ). Математична компетентність визначається як одна з основних компетентностей, яку повинні здобути учні на всіх етапах навчання, і є ключовим елементом реформування освіти, відповідно до законодавчих ініціатив, зокрема Закону України "Про освіту" (2017) та Державного стандарту базової середньої освіти (2020).

Основні принципи реформи освітньої системи, закладені в цих документах, передбачають перехід до компетентнісного підходу, який орієнтується на розвиток не лише знань, але й практичних навичок та умінь, необхідних для ефективного функціонування в суспільстві. Згідно з рекомендаціями Європейського Парламенту, метою є формування у школярів здатності використовувати набуті знання для вирішення реальних проблем, розвитку критичного мислення і здатності до аналізу та обробки інформації.

Математична компетентність, відповідно до зазначеного стандарту, не лише включає знання математичних концепцій і теорем, а й передбачає здатність застосовувати ці знання для вирішення практичних завдань. Її формування сприяє розвитку логічного та критичного мислення, а також покращує здатність до самостійного прийняття рішень. Що стосується структури математичної компетентності, вона складається з п’яти компонентів, які тісно взаємопов’язані і не можуть існувати окремо один від одного.

Мотиваційний компонент відображає прагнення учня до вивчення математичних дисциплін, бажання вдосконалювати свої знання та вміння, а також прагнення до розвитку математичної діяльності. Когнітивний компонент включає математичні знання теоретичного та практичного характеру, що відображають основи сучасної математики та є фундаментом для подальшого застосування математичних методів. Діяльнісний компонент охоплює математичні уміння, включаючи аналітичні, обчислювальні, алгоритмічні, геометричні, ймовірнісні та інші навички, що дозволяють вирішувати практичні задачі методами математики. Ціннісно-рефлексивний компонент включає особисті переконання і ставлення до математичних дисциплін, усвідомлення їх значення як соціальної цінності, а також здатність до самоаналізу і самооцінки власної математичної діяльності. Цей компонент також включає прагнення до постійного саморозвитку та вдосконалення.

Емоційно-вольовий компонент стосується здатності учнів розуміти свої емоційні реакції під час вирішення математичних задач, витримувати труднощі та невдачі, проявляти волю, наполегливість і цілеспрямованість у процесі навчання. Даний підхід до формування математичної компетентності дозволяє зосередити увагу на розвитку не тільки теоретичних знань, але й практичних навичок, що дозволяють учням успішно функціонувати в сучасному світі. Зокрема, він відповідає основній меті освіти – підготовці учнів до активної участі в суспільному житті, забезпеченню їх здатності до подальшого навчання та професійної діяльності.

Математична компетентність є однією з основних складових сучасної освіти, що підкреслюється дослідженнями таких учених, як С. А. Раков, І. М. Аллагулова, Л. І. Зайцева. За визначенням С. А. Ракова, математична компетентність є частиною предметної компетентності і охоплює здатність

використовувати математику в реальному житті, а також володіти методами математичного моделювання, що передбачає уміння будувати математичні моделі, застосовувати математичні методи для їх дослідження, а також інтерпретувати результати і оцінювати похибки обчислень. Важливим аспектом є рівень досягнень учнів, що включає математичні уміння, зокрема мислення, аргументування, моделювання, постановку та розв'язування задач, презентацію даних, а також використання математичних інструментів.

У сучасній педагогіці математична компетентність визначається як основна, так і предметна компетентність. Згідно з Європейською довідковою системою, математична компетентність визнана як базова компетентність у сфері науки та техніки. В документі Європейського Союзу «Ключові компетентності для навчання протягом життя» зазначено, що математична компетентність є здатністю застосовувати базові математичні операції в реальному житті, а також використовувати математичні методи мислення й вираження, зокрема через формули, моделі, графіки і діаграми.

Термін «компетентність» і його різні аспекти стали предметом досліджень таких учених, як Н. М. Бібік, Н. В. Кузьміна, Дж. Равен, С. П. Бондар та інші. Згідно з міжнародними нормами, математична компетентність є однією з надпредметних базових компетентностей, що інтегрує знання з різних сфер. Вона дозволяє застосовувати ці знання в різноманітних контекстах, зокрема для вирішення складних задач у професійному та повсякденному житті.

О. В. Овчарук класифікує математичну компетентність як частину функціональних компетентностей, підкреслюючи її важливість для вирішення практичних завдань у професійній діяльності. Дослідники визначають математичну компетентність як здатність людини використовувати набуті знання для вирішення життєвих завдань, що

актуальні в різних сферах діяльності. Це підкреслює важливість математичної компетентності для розвитку системного мислення, здатності до вирішення логічних і математичних завдань, а також для моделювання ситуацій.

Математична компетентність вважається однією з ключових компетентностей, що є основою для подальшого навчання і професійної діяльності. Вона забезпечує учнів здатністю не лише до засвоєння знань, але й до їх застосування в реальному житті, що відповідає вимогам сучасного освітнього процесу, орієнтованого на підготовку учнів до активної участі в житті суспільства. Таким чином, математична компетентність є важливим елементом сучасної освіти і складається з кількох ключових складових, включаючи математичні уміння, здатність до застосування знань на практиці, а також вміння критично мислити, аналізувати і застосовувати математичні методи для вирішення проблем у різних сферах діяльності.

Математична компетентність вважається однією з ключових компетентностей, що базується на знаннях і вміннях, здобутих у процесі навчання. Ця компетентність охоплює здатність особистості застосовувати математичні методи та знання для вирішення реальних проблем і завдань у різних сферах діяльності. Вона є частиною більш широкої категорії компетентностей, що інтегрують знання та вміння з інших дисциплін і контекстів. Математична компетентність відзначається здатністю розв'язувати завдання, використовуючи математичні інструменти, і є важливою складовою готовності до професійної діяльності, що спирається на критичне мислення і практичне застосування знань.

Згідно з науковими дослідженнями, поняття «компетенція» і «компетентність» мають різні значення. Компетенція зазвичай визначається як сукупність прав і повноважень, тоді як компетентність означає здатність

особистості ефективно застосовувати знання та навички в реальних умовах. Математична компетентність, таким чином, є здатністю учня не тільки володіти математичними знаннями, але й умінням використовувати їх у практичних ситуаціях. С. А. Раков виділяє кілька складових математичної компетентності, серед яких можна виділити наступні(таб.1.1):

Таблиця 1.1

Складові математичної компетентності

№	**Складова математичної компетентності**	**Опис**
1	Процедурна компетентність	Здатність розв'язувати типові математичні задачі, використовувати на практиці алгоритми їх розв'язання, застосовувати різні джерела для пошуку методів вирішення задач.
2	Логічна компетентність	Володіння методами дедукції, здатність будувати математичні доведення, використовувати логічні операції та формули для вирішення задач, вміння знаходити логічні помилки.
3	Технологічна компетентність	Вміння використовувати сучасні інформаційно-комунікаційні технології для підтримки математичної діяльності, зокрема, застосування комп'ютерних програм для вирішення задач і дослідження математичних моделей.
4	Дослідницька компетентність	Здатність ставити математичні задачі, будувати моделі, перевіряти гіпотези та інтерпретувати результати досліджень, застосовуючи математичні та інформаційні методи.
5	Методологічна компетентність	Вміння оцінювати доцільність використання математичних методів для вирішення практичних задач, аналізувати ефективність математичних методів і засобів для досліджень.

Математична компетентність не обмежується лише знаннями формул чи стандартних методів вирішення задач. Вона включає інтеграцію знань,

умінь та навичок, здатність до творчого підходу і застосування математичних методів для вирішення нових і незвичних проблем. Таким чином, це не тільки предметна компетентність, а й основа для розвитку важливих якостей, таких як критичне мислення та здатність до самостійного вирішення завдань у різних сферах діяльності.

1.2. Особливості формування математичної компетентності під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей

Формування математичної компетентності в учнів є важливим аспектом сучасної освіти, особливо під час вивчення таких складних тем, як тригонометричні рівняння та нерівності. Це передбачає не лише засвоєння теоретичних знань, але й розвиток умінь і навичок застосовувати математичні прийоми для розв'язування практичних задач. Зокрема, вивчення тригонометричних рівнянь сприяє розвитку логічного мислення, алгоритмічної культури, а також покращенню пам'яті, уваги та інтуїції. Основною метою навчання тригонометрії є не тільки засвоєння правил та формул, але й розвиток здатності застосовувати математичні методи для вирішення реальних проблем. Це включає розвиток логічного мислення, просторових уявлень та уміння працювати з алгоритмами, що є важливими при розв'язуванні тригонометричних рівнянь. Таке навчання також сприяє розвитку критичного мислення через аналіз умов задач, синтез та оцінку отриманих результатів.

Просторові уявлення, зокрема в геометрії, стають важливими при розв'язуванні тригонометричних задач, де учні повинні працювати з графіками функцій. Алгоритмічна культура формується в процесі застосування певних методів для розв'язання рівнянь та нерівностей, що

вимагає систематичного підходу до виконання обчислень. Паралельно з цим учні вдосконалюють свою пам'ять, оскільки тригонометрія включає запам'ятовування формул, властивостей функцій і методів їх застосування.

Розвиток уваги та інтуїції також є важливими аспектами вивчення тригонометричних рівнянь, оскільки вони вимагають від учнів здатності зосереджуватися на важливих елементах задач та робити інтуїтивні висновки з отриманих результатів. Формування вмінь та навичок застосування математичних методів під час вивчення тригонометричних рівнянь проходить кілька етапів(рис.1.1):



Рис.1.1. Етапи формування вмінь та навичок застосування математичних методів

Щодо роботи з текстами, учні можуть зіткнутися з труднощами при розв'язуванні складних тригонометричних задач, наприклад, при недоступності детальних пояснень деяких понять. Тому важливо навчитись працювати з текстами, складати конспекти, шукати зв’язки між новими та відомими поняттями, а також виправляти помилки в розв'язуванні рівнянь.

Загалом, формування математичної компетентності в процесі вивчення тригонометрії включає розвиток логічного і критичного мислення, вдосконалення алгоритмічної культури, а також уміння працювати з різними математичними інструментами, що дозволяють ефективно вирішувати рівняння та нерівності. Формування математичної компетентності у процесі вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей є важливим елементом освітнього процесу, що сприяє розвитку розумових здібностей учнів. Математика, зокрема тригонометрія, не лише забезпечує учнів теоретичними знаннями, а й розвиває вміння застосовувати їх для вирішення практичних завдань. Одним із основних аспектів цього процесу є розвиток когнітивних операцій, таких як аналіз, класифікація, синтез, абстрагування та узагальнення. Використання цих операцій є основою для формування логічного, критичного та алгоритмічного мислення.

Вивчення тригонометричних рівнянь створює можливості для розвитку учнів через інтеграцію теоретичних знань з практичними навичками. Так, для успішного розв'язування тригонометричних рівнянь важливими є навички логічного мислення, просторових уявлень, а також здатність до алгоритмічного підходу. Крім того, вивчення тригонометрії сприяє розвитку пам'яті, оскільки учням необхідно запам'ятовувати різні формули та правила, а також вдосконалювати увагу та інтуїцію для правильної інтерпретації результатів.

Важливу роль у процесі формування математичної компетентності під час вивчення тригонометрії відіграють прийоми розумової діяльності, що включають кілька етапів. Спочатку учні знайомляться з основними методами розв'язування тригонометричних рівнянь та нерівностей, після чого вчителі пояснюють раціональність їх застосування через приклади. Важливо, щоб учні зрозуміли, як і коли використовувати певні методи для вирішення завдань, що сприяє розвитку їхньої здатності до самостійного прийняття рішень.

Наступним етапом є комплексне використання прийомів мислення, яке розвиває здатність учнів комбінувати різні методи розв'язування задач в залежності від специфіки завдання. Заключний етап включає закріплення навичок самостійного застосування прийомів мислення, що дозволяє учням автоматизувати ці навички, що необхідно для ефективного вирішення більш складних тригонометричних задач. Водночас важливою складовою цього процесу є робота з текстами задач, що стимулює учнів до самостійного аналізу інформації та формулювання правильних висновків. Заняття з розв'язування тригонометричних рівнянь дають можливість учням не лише засвоювати математичні теореми та формули, але й формувати практичні навички, які знадобляться їм у реальному житті. Таким чином, формування математичної компетентності під час вивчення тригонометричних рівнянь включає розвиток когнітивних операцій, таких як аналіз і синтез, а також покращення пам'яті, уваги, інтуїції та алгоритмічного мислення, що є необхідними для ефективного засвоєння матеріалу та розвитку творчих здібностей учнів.

Формування математичних компетентностей учнів під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей неможливе без ефективного використання різноманітних методів навчання, які не тільки допомагають

засвоювати теоретичні знання, але й сприяють розвитку критичного мислення, аналітичних здібностей та здатності вирішувати практичні проблеми. Використання сучасних та традиційних методів дозволяє досягати високих результатів у навчанні та сприяє ефективному освоєнню складних математичних тем.

Серед методів навчання виділяють активні та інтерактивні методи, кожен з яких має свою специфіку та застосовується на різних етапах навчального процесу для досягнення найкращих результатів. Активні методи орієнтовані на розвиток індивідуального мислення учнів, тоді як інтерактивні методи акцентують увагу на груповій роботі та взаємодії між учнями. У таблиці 1.2 подано порівняння основних методів навчання, що застосовуються при формуванні математичних компетентностей під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей.

Таблиця 1.2

Методи, що застосовуються при формуванні математичних компетентностей

Метод навчання	**Опис**	**Мета та завдання**
Метод конкретної ситуації	Учні самостійно аналізують і вирішують математичні задачі.	Розвиток креативності та гнучкості мислення, здатність адаптувати знання до нових ситуацій.
Метод інциденту	Залучення учнів до участі в олімпіадах та конкурсах.	Розвиток стійкості до стресу та здатності приймати рішення в обмежений час.
Метод мозкового штурму	Генерація ідей та висування гіпотез для вирішення проблем.	Розвиток комунікативних навичок і здатності до критичного оцінювання запропонованих рішень.
Метод занурення	Учні повністю зосереджуються на вирішенні задач.	Глибоке розуміння матеріалу та розвиток навичок концентрації і практичного застосування знань.
Метод	Учитель ставить питання без	Розвиток аналітичних здібностей

евристичних питань	очевидних відповідей, що стимулює учнів до самостійного пошуку рішень.	і критичного мислення.
Дослідницький метод	Учні самостійно вирішують проблеми, використовуючи обрані методи та підходи.	Розвиток критичного мислення, самостійності та здатності до глибокого аналізу.
Метод проєктів	Учні створюють проєкти для вирішення певних проблем або вивчення нових тем.	Розвиток творчого мислення, планування, дослідження та комунікації.
Рольові ігри	Учні розігрують ситуації для розвитку здатності викладати свої думки.	Розвиток комунікативних навичок, вміння співпрацювати та приймати спільні рішення.
Частково-пошуковий метод	Учні самостійно вирішують завдання під керівництвом учителя.	Розвиток когнітивних навичок та критичного мислення.
Метод проблемного викладу знань	Учні разом з учителем відкривають нові знання через практичну діяльність.	Розвиток самостійного мислення та аналітичних здібностей.
Кейс-метод	Розбір реальних життєвих ситуацій для застосування математичних знань на практиці.	Розвиток здатності до самостійного мислення та прийняття обґрунтованих рішень.
Кооперативний метод	Учні працюють в групах для вирішення задач і обміну ідеями.	Розвиток комунікативних навичок, здатність працювати в команді та відповідальність за спільний результат.

Застосування активних і інтерактивних методів навчання під час вивчення тригонометричних рівнянь сприяє розвитку математичних компетентностей у учнів, зокрема здатності аналізувати, узагальнювати, застосовувати математичні методи до нових задач і ситуацій, що в свою чергу допомагає досягати високих результатів у навчанні.

1.3. Роль сучасних методів і технологій у навчанні математики

У сучасному навчальному процесі технології стали важливою частиною освітньої практики, особливо в контексті вивчення математики. Використання програмних засобів дозволяє не лише автоматизувати обчислення, але й значно покращити процес навчання, роблячи його більш інтерактивним, індивідуалізованим та наочним. Застосування таких інструментів забезпечує глибше розуміння теоретичних аспектів матеріалу та покращує засвоєння складних математичних концепцій. Як зазначає М. І. Жалдак, програмні засоби сприяють розширенню теоретичних знань та надають практичну значущість навчанню, що дозволяє повністю розкрити творчий потенціал учнів, з огляду на їхні вікові особливості, індивідуальні нахили та здібності [15].

Дослідження, проведене E. S. Ball et al. (2020), показало, що інтерактивні методи навчання, які поєднують традиційні та цифрові інструменти, допомагають учням краще засвоювати математичні знання і покращують їхні навички вирішення проблем. Зокрема, інструменти, які поєднують графічну візуалізацію і інтерактивні завдання, дозволяють студентам швидко зрозуміти абстрактні поняття, такі як функції, рівняння та нерівності, застосовуючи їх на практиці.

Інший важливий аспект – це використання онлайн-платформ для співпраці і оцінювання знань учнів. Наприклад, платформи LearningApps, WordWall, Kahoot та Quizizz значно покращують взаємодію між студентами та викладачами, сприяючи розвитку в учнів здатності до самостійного навчання та колективної роботи. Згідно з дослідженням O. M. Wilson (2022),

такі інструменти забезпечують не тільки інтерактивне навчання, але й можливість миттєвої перевірки результатів, що підвищує ефективність засвоєння матеріалу.

Завдяки розвитку технологій навчання, студенти матимуть змогу отримати більш індивідуальний підхід до навчання, що дозволяє врахувати особливості кожного учня та забезпечує більш високий рівень персоналізації. Водночас, для ефективного використання сучасних технологій необхідно, щоб викладачі володіли відповідними знаннями та навичками, здатними адаптувати новітні технології до конкретних умов навчання (Tariq, 2019).

Завдяки інтерактивним можливостям таких програмних засобів учні мають змогу вивчати складні математичні концепції, наприклад, показникові рівняння та нерівності, шляхом візуалізації графіків і функцій. Даний підхід сприяє кращому розумінню абстрактних математичних понять, дозволяючи учням експериментувати з різними методами розв'язування задач та перевіряти свої гіпотези, що в свою чергу, стимулює розвиток критичного мислення, аналітичних і творчих навичок, що є необхідними для ефективного вирішення складних математичних завдань.

Програмні засоби дають значні переваги в навчальному процесі, зокрема:

- Індивідуалізація навчання — учні можуть працювати в темпі, що відповідає їхнім здібностям.
- Наочність — програмні засоби допомагають створювати наочні графіки і моделі, що полегшують розуміння складних концепцій.
- Покращення мотивації — завдяки інтерактивності та можливості миттєвого зворотного зв'язку учні краще засвоюють матеріал і зацікавлюються процесом навчання.

Зважаючи на ці переваги, важливо розглянути використання програмних засобів при вивченні математичних тем, зокрема показникових рівнянь та нерівностей. Проведене опитування серед учителів математики показало, що значна кількість педагогів відзначає позитивний вплив програмних засобів на процес навчання. За результатами опитування, 70% учителів зазначили, що використання таких інструментів значно полегшує процес навчання, сприяючи кращому засвоєнню матеріалу. Лише 3% респондентів вказали на неефективність використання програмних засобів, що свідчить про широке схвалення цих інструментів серед педагогів.

Серед основних цілей використання програмних засобів, найбільш поширеними є візуалізація функцій (85%) — учні отримують можливість бачити наочні графіки математичних функцій, що сприяє глибшому розумінню матеріалу. Підготовка до контрольних робіт (55%) — використання програмних засобів допомагає оперативно оцінити рівень знань учнів та підготувати їх до контрольних завдань. При цьому, незважаючи на переваги, використання програмних засобів має свої труднощі. Зокрема, учителі відзначають технічні проблеми (34%), недостатній час на підготовку до використання цих інструментів (48%), а також потребу в додатковій підготовці педагогів (40%). Для подолання цих труднощів учителі пропонують вдосконалення навчальних матеріалів та збільшення доступності онлайн-ресурсів (60%). Крім того, більшість вчителів використовує програмні засоби для підготовки учнів до екзаменів, зокрема до ЗНО(НМТ) (70%).

Серед найбільш популярних програмних засобів для вивчення показникових рівнянь та нерівностей виділяються LearningApps, WordWall, GeoGebra, Kahoot та Quizizz, що учням краще зрозуміти абстрактні математичні концепції, розвивати критичне мислення та підвищувати

мотивацію до навчання. Наприклад, LearningApps дозволяє створювати завдання для розв'язування рівнянь, що допомагає учням краще засвоїти теоретичні аспекти і набути практичних навичок. GeoGebra та Desmos використовуються для побудови графіків, що робить вивчення рівнянь і нерівностей більш наочним.

У таблиці 1.3 подано порівняльний аналіз популярних програмних засобів для вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей. Включено основні характеристики кожного інструменту, такі як типи завдань, функціональні можливості, підтримка графіки, наявність мобільної версії, рівень мотивації до навчання та підходящість для конкретних категорій учнів.

Таблиця 1.3

Порівняння ІКТ для вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей

Програмний засіб	**Основні функції**	**Мобільна версія**	**Мотивація до навчання**	**Опис використання на уроці**
LearningApps	Створення завдань для розв'язування рівнянь та нерівностей.	Так	Середня	Створення завдань для розв'язування тригонометричних рівнянь, що допоможе учням зрозуміти теоретичні аспекти та практику в обчисленнях.
WordWall	Створення інтерактивних вправ з різними видами завдань.	Так	Висока	Використання інтерактивних вправ для закріплення знань про тригонометричні рівняння та нерівності, з можливістю створення різних варіантів завдань.

GeoGebra	Побудова графіків функцій та візуалізація математичних моделей.	Так	Висока	Побудова графіків тригонометричних функцій для наочного пояснення рівнянь і нерівностей, аналіз їх перетинів та властивостей.
Kahoot	Створення ігрових тестів для оцінки знань у веселій формі.	Так	Висока	Створення ігрових тестів, щоб учні могли в режимі змагання перевірити свої знання з тригонометрії, тестуючи рівняння та нерівності.
Quizizz	Ігрові вікторини для перевірки знань з математики.	Так	Висока	Ігрові вікторини для перевірки знань тригонометричних рівнянь та нерівностей в інтерактивній формі.

Особливо варто відзначити використання спеціалізованих математичних середовищ для ПК, таких як GeoGebra, Desmos, Wolfram Mathematica, Maxima, SageMath, Matlab та інші, які стали незамінними інструментами в навчанні математики. Ці програми дозволяють учням не лише будувати графіки функцій, але й вивчати складніші математичні об'єкти, проводити чисельні розрахунки, здійснювати символьні обчислення, а також вивчати математичні теорії та застосовувати їх на практиці в режимі реального часу.

GeoGebra є одним з найпопулярніших програмних засобів для вивчення математики, оскільки він поєднує в собі графічну візуалізацію, алгебру, геометрію та статистику. Він дозволяє будувати графіки, аналізувати функції, моделювати геометричні фігури, що значно полегшує процес розв'язування тригонометричних рівнянь і нерівностей. Завдяки інтерактивним інструментам GeoGebra, учні можуть експериментувати з

параметрами функцій і спостерігати за змінами графіків, що сприяє глибшому розумінню абстрактних математичних концепцій.

Desmos також є потужним інструментом для вивчення графіків функцій. Він дозволяє будувати графіки та проводити аналіз функцій в реальному часі. Особливо корисним є його використання при вивченні тригонометричних функцій, де учні можуть наочно спостерігати за змінами графіків при зміні параметрів. Desmos також надає інструменти для розв'язування рівнянь, що дозволяє учням інтерактивно перевіряти свої гіпотези та знаходити рішення математичних задач.

Wolfram Mathematica є професійною програмою для математичних розрахунків, яка активно використовується в старших класах та університетах для вивчення складних математичних концепцій, таких як векторний аналіз, чисельні методи та інтеграційні рівняння. Вона дозволяє не лише будувати графіки, а й здійснювати складні математичні обчислення, що допомагає вивчати глибокі теоретичні аспекти математики.

Maxima — це система для символьних та чисельних обчислень, яка надає можливість виконувати математичні обчислення, будувати графіки функцій, а також здійснювати спрощення рівнянь. Вона особливо корисна для розв'язування складних рівнянь, в тому числі тригонометричних, та аналізу їхніх графіків.

SageMath є відкритою математичною платформою, що поєднує в собі можливості для чисельних та символьних обчислень, візуалізації, аналізу даних і багато інших функцій. Завдяки SageMath учні можуть працювати з математичними моделями та функціями на більш глибокому рівні, а також використовувати її для дослідження математичних об'єктів та їх взаємозв'язків.

Matlab — це потужне середовище для чисельних обчислень і візуалізації, яке активно використовується в інженерії та науці. Для учнів старших класів Matlab дозволяє працювати з великими наборами даних, розв'язувати рівняння і виконувати складні обчислення. Використання Matlab допомагає студентам розвивати навички математичного моделювання та аналізу.

У таблиці 1.4 подано порівняльний аналіз шести популярних програмних засобів, що використовуються для вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей. В таблиці зазначено основні функції кожного інструменту, підтримку графіки, наявність мобільної версії, рівень мотивації до навчання та підходящість для різних категорій учнів.

Таблиця 1.4

Порівняння програмних засобів для вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей

Програмний засіб	**Основні функції**	**Мобільна версія**	**Мотивація до навчання**	**Опис використання на уроці**
GeoGebra	Побудова графіків, аналіз функцій, геометричні моделі.	Так	Висока	Побудова графіків тригонометричних функцій, аналіз їхніх властивостей.
Desmos	Побудова графіків функцій, символьні обчислення.	Так	Висока	Побудова графіків функцій та інтерактивна робота з ними.
Wolfram Mathematica	Чисельні розрахунки, символьні обчислення, побудова графіків.	Ні	Висока	Використання для складних обчислень та побудови графіків функцій.
Maxima	Символьні та чисельні	Так	Середня	Розв'язування рівнянь та їх спрощення,

	обчислення, спрощення рівнянь.			використання для теоретичних задач.
SageMath	Чисельні та символьні обчислення, візуалізація, аналіз даних.	Ні	Висока	Математичне моделювання, чисельні обчислення та аналіз великих даних.
Matlab	Чисельні обчислення, аналіз даних, візуалізація, математичне моделювання.	Ні	Висока	Розв'язування задач, математичне моделювання та аналіз в різних наукових дисциплінах.

Завдяки використанню таких спеціалізованих інструментів для навчання, учні отримують не лише знання, але й необхідні навички для вирішення складних задач в реальному світі, що сприяє розвитку їхніх аналітичних та творчих здібностей. Однак для ефективного використання цих програмних засобів важливо, щоб викладачі мали відповідні знання та вміння, здатні адаптувати новітні технології до конкретних навчальних умов.

Висновки до першого розділу

У даному розділі дипломної роботи було розглянуто теоретичні основи математичної компетентності та її складових, зокрема з акцентом на формування математичних навичок під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей.

Поняття математичної компетентності визначається як інтегративна здатність особистості застосовувати математичні знання, уміння та навички для розв'язання реальних задач і проблем. У рамках цього поняття виділено кілька ключових складових: мотиваційний, когнітивний, діяльнісний,

ціннісно-рефлексивний і емоційно-вольовий компоненти, які взаємно доповнюють одне одного та забезпечують цілісне формування математичної компетентності учнів.

Особливості формування математичної компетентності під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей пов'язані з розвитком не лише теоретичних знань, а й практичних умінь, необхідних для їх застосування у реальних ситуаціях. Врахування індивідуальних особливостей учнів, їхнього рівня підготовки та мотивації є важливими аспектами для ефективного засвоєння складних математичних понять, зокрема тригонометрії.

Роль сучасних методів і технологій у навчанні математики полягає у використанні інноваційних підходів, що дозволяють підвищити рівень інтересу учнів до навчання та покращити їхні навички в рішенні задач. Використання програмних засобів, інтерактивних методів та комп’ютерних технологій дає змогу зробити навчання більш наочним і доступним, що сприяє глибшому розумінню математичних концепцій і розвитку критичного мислення учнів.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИВЧЕННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ

2.1. Основні труднощі учнів у засвоєнні тригонометричних рівнянь та нерівностей

Засвоєння тригонометричних рівнянь та нерівностей є важливою складовою навчання в галузі математики, однак учні часто стикаються з низкою труднощів, які суттєво ускладнюють розуміння цієї теми. Оскільки тригонометрія є абстрактною і складною частиною математики, вона потребує від учнів не тільки володіння формулами, але й розуміння глибоких математичних понять і здатності застосовувати їх на практиці. Однією з основних проблем є недостатнє засвоєння базових понять тригонометрії, таких як синус, косинус, тангенс та їх взаємозв'язок із одиничним колом. Учні часто мають труднощі з визначенням значень тригонометричних функцій для різних кутів, особливо для тих, що виходять за межі стандартних значень, таких як 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, що створює перешкоди на шляху до розуміння основ тригонометрії, адже для багатьох учнів тригонометричні функції виглядають як абстрактні вирази без чіткого геометричного змісту.

Основною причиною цих труднощів є відсутність достатньої наочності при вивченні тригонометричних функцій. Традиційне навчання зазвичай зосереджене на теоретичних викладі формул і розв'язуванні задач за допомогою стандартних підходів, що не завжди дає учням чітке розуміння того, як функції взаємодіють між собою. Геометричне значення тригонометричних функцій, яке можна пояснити через одиничне коло, є важливим елементом у засвоєнні теми. Однак багато вчителів не використовують можливості ІКТ для візуалізації цього процесу. ІКТ можуть

значно полегшити сприйняття абстрактних математичних концепцій, дозволяючи учням бачити, як тригонометричні функції змінюються в залежності від кута, що значно спрощує розуміння.

Замість традиційних малюнків та графіків, які часто залишаються неповноцінними, сучасні комп'ютерні програми та інтерактивні додатки можуть продемонструвати рух тригонометричних функцій на екрані. Наприклад, за допомогою анімацій можна показати, як синус і косинус змінюються в залежності від кута, а також як змінюється значення функцій на одиничному колі, що дає учням можливість наочно побачити зміни в реальному часі та зробити власні спостереження щодо властивостей цих функцій. Використання таких інтерактивних інструментів не тільки допомагає учням засвоїти матеріал, але й збільшує їх зацікавленість у темі, що є важливим фактором для досягнення успіху в навчанні.

Крім того, важливою складністю є невміння застосовувати тригонометричні тотожності при розв'язуванні рівнянь. Розв'язання тригонометричних рівнянь часто передбачає використання різних формул, таких як основні формули для перетворення сум і різниць синусів та косинусів, або формули для подвоєних кутів. Брак знань і практики в застосуванні цих тотожностей призводить до помилок, що ускладнює процес розв'язування задач. Учні часто не усвідомлюють, що тригонометричні рівняння можуть мати кілька розв'язків, і не враховують всі можливі варіанти при розв'язуванні. Це особливо важливо, оскільки періодичність тригонометричних функцій призводить до того, що рівняння можуть мати нескінченну кількість розв'язків. Для учнів, які не мають достатньо практики, це може стати серйозною проблемою, оскільки вони не завжди враховують необхідність знаходження всіх можливих розв'язків в межах одного періоду або з урахуванням періодичності функцій.

З огляду на ці труднощі, важливо, щоб навчання тригонометрії не обмежувалося лише традиційними методами. Використання технологій для створення інтерактивних і візуальних матеріалів дозволяє зробити навчальний процес більш доступним та цікавим для учнів. Візуалізація тригонометричних функцій за допомогою ІКТ допомагає зрозуміти, як ці функції поводяться, і як їх можна використовувати для розв'язування рівнянь і нерівностей.

Особливо складним завданням є розв'язування тригонометричних нерівностей. Нерівності часто вимагають більш глибокого аналізу, оскільки вони можуть містити складні вирази або комбінувати кілька тригонометричних функцій. У такому разі важливо вміти правильно інтерпретувати значення тригонометричних функцій на різних інтервалах і застосовувати властивості функцій до кожного з відрізків. Для цього також корисно використовувати графіки, що дають наочне уявлення про зміну значень функцій на певних інтервалах. Інтерактивні програми для побудови графіків можуть допомогти учням краще розуміти, як функції змінюються, і як це впливає на розв'язок нерівностей.

Не можна оминути і психологічний аспект, коли учні сприймають тригонометричні рівняння та нерівності як складні і абстрактні, що знижує їхню мотивацію до навчання. Багато учнів відчувають невпевненість у своїх силах або страх перед математичними труднощами, що суттєво обмежує їх здатність до самостійного розв'язання задач. Психологічна підтримка є важливою частиною навчального процесу. Учні потребують стимулювання до подолання труднощів, а також навчання на помилках. Тому важливо створити підтримуючу атмосферу, де учні не бояться помилок і готові шукати рішення.

Для ефективного подолання цих труднощів важливо звернути увагу на пояснення геометричного змісту тригонометричних функцій, надання учням достатнього досвіду роботи з тригонометричними тотожностями, а також забезпечення розуміння періодичності функцій та множини всіх розв'язків. Крім того, необхідно формувати у учнів навички роботи з тригонометричними нерівностями і допомагати їм подолати психологічний бар'єр у навчанні цієї теми. Важливо, щоб учні не тільки знали теоретичні аспекти, але й могли застосовувати свої знання на практиці, використовуючи сучасні технології та підходи.

Для проведення аналізу труднощів у засвоєнні тригонометричних рівнянь та нерівностей було організовано емпіричне дослідження у формі онлайн-опитування. Опитування здійснювалося на базі закладів загальної середньої освіти м. Івано-Франківськ із використанням сервісу Google Forms, що дало змогу забезпечити стандартизований формат анкетування, оперативний збір інформації та мінімізувати вплив людського чинника під час обробки даних.

До дослідження були залучені дві ключові групи учасників: учителі математики, які безпосередньо викладають тригонометрію та мають професійну оцінку рівня підготовки учнів; учні 10–11 класів, які вивчають тему тригонометричних рівнянь та нерівностей у межах чинної шкільної програми(Додаток 1, 2).

Структура вибірки дозволяє вважати отримані дані достатньо репрезентативними для дослідження, оскільки вони охоплюють два рівні взаємодії з навчальним матеріалом — учнівський та педагогічний. Зіставлення цих двох позицій дає можливість комплексно оцінити характер і глибину труднощів, що виникають у процесі вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей. Участь респондентів була повністю добровільною та

анонімною, що сприяло зниженню ризику соціально бажаних відповідей і підвищило об’єктивність результатів. Формат Google Forms забезпечив єдину структуру анкети та автоматичне формування масиву даних для подальшої статистичної обробки, що відповідає вимогам до сучасних методів освітніх досліджень.

Результати проведеного опитування демонструють наявність суттєвих і системних труднощів як у процесі засвоєння тригонометричних рівнянь та нерівностей, так і у викладанні цієї теми. Отримані дані свідчать, що переважна більшість учнів (72%) сприймають тригонометрію як складний навчальний матеріал, що безпосередньо впливає на їхню мотивацію та рівень успішності. Особливо показовим є той факт, що 67% учнів мають значні труднощі з розумінням геометричного змісту тригонометричних функцій, зокрема роботи з одиничним колом. Аналогічну тенденцію підтверджують і вчителі: 80% педагогів називають одиничне коло однією з найскладніших тем для учнів, що свідчить про те, що саме геометрична інтерпретація функцій є ключовим бар’єром у формуванні повноцінних знань.

Також значна частка учнів (74%) має проблеми із застосуванням тригонометричних тотожностей. Учителі підтверджують цей факт: 75% із них вказують на недостатні навички учнів у роботі з перетвореннями тригонометричних виразів, що може бути зумовлено як недостатнім розумінням логіки перетворень, так і відсутністю систематичної практики.

Важливо підкреслити, що у сфері використання ІКТ виявлено певний дисбаланс. Попри те що 81% учнів визнають ефективність мультимедійної візуалізації та інтерактивних моделей, 60% учителів зазначають, що використовують такі засоби рідко або взагалі не застосовують їх у навчальному процесі. Таким чином, учні демонструють високу зацікавленість у цифрових інструментах, однак педагогічна практика не

завжди відповідає цим очікуванням, що свідчить про наявність нереалізованого потенціалу ІКТ у викладанні тригонометрії.

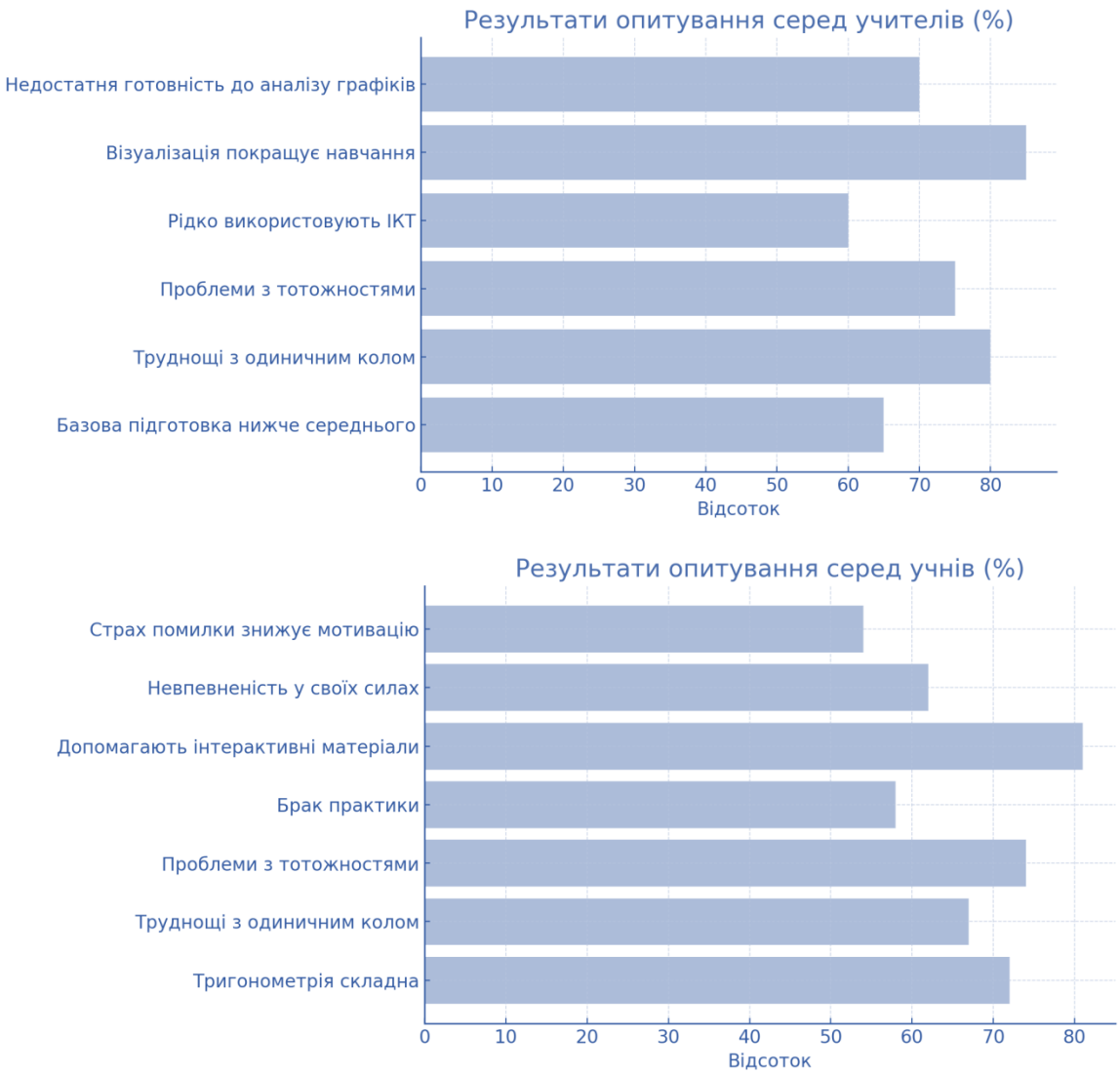


Рис.2.1. Діаграма з результатами опитування

Ще одним важливим аспектом є психологічний компонент. Понад половина учнів (54%) вказують на страх помилки як чинник, що знижує їхню мотивацію. Водночас учителі (70%) відзначають, що учні недостатньо готові до самостійного аналізу графічних залежностей. Це може означати, що учням

бракує впевненості у власних силах через недостатню кількість практичних завдань або недостатню підтримку під час опанування складних тем.

Узагальнюючи результати, можна зробити висновок, що головні труднощі, з якими стикаються учні, пов’язані з недостатнім розумінням геометричних моделей тригонометричних функцій, труднощами у застосуванні тригонометричних тотожностей, а також з обмеженим використанням сучасних засобів візуалізації. Отримані дані вказують на необхідність перегляду підходів до викладання теми, зокрема — розширення застосування інтерактивних ІКТ-засобів, посилення ролі практичного компонента та створення підтримувального освітнього середовища, що сприяє подоланню психологічних бар’єрів у навчанні.

2.2. Методика викладання теми з акцентом на розвиток компетентностей

Вивчення математики у старшій школі традиційно здійснюється за декількома рівнями складності. До 2018 року освітній процес був структурований за чотирма рівнями: стандартним, академічним, профільним і поглибленим(таб.2.1). Із впровадженням оновленої концепції профільної освіти з 2018/2019 навчального року структура була спрощена до двох — базового та профільного рівнів. Водночас для учнів, які в 8–9 класах навчалися за програмою поглибленого рівня, передбачено окремий зміст навчання, що дозволяє продовжувати поглиблене вивчення математики в 10–11 класах.

Профільний рівень передбачає 630 годин, з яких 175–210 годин у 10 класі присвячено алгебрі та початкам аналізу. У межах цього блоку тема «Тригонометричні функції» охоплює 30 годин, а тема «Тригонометричні

рівняння та нерівності» — 28–36 годин. Учні мають опанувати радіанне вимірювання кутів, властивості тригонометричних функцій, основні тотожності, методи перетворення та графічні інтерпретації. Також передбачено роботу з оберненими тригонометричними функціями, розв’язування рівнянь та нерівностей, включно із задачами з параметрами.

Програма поглибленого рівня аналогічно містить 630 годин, проте на алгебру та початки аналізу у 10 класі відведено 210 годин (6 год/тиждень). Тема тригонометричних функцій у цій програмі значно ширша — 42 години, що дозволяє приділяти більше уваги доведенням, складнішим перетворенням, системам рівнянь і графічним методам аналізу. Тема тригонометричних рівнянь та нерівностей також містить 42 години, включаючи розв’язування систем, детальний аналіз функцій і побудову графічних моделей.

Академічний рівень має 315 годин на курс математики, серед яких на алгебру й аналіз у 10 класі припадає 70 годин. На тригонометричні функції виділено 16 годин, а на тригонометричні рівняння — 8 годин. Учні опановують основні співвідношення, формули додавання, властивості функцій і базові методи розв’язування найпростіших рівнянь.

На рівні стандарту (210 годин на курс, 54 — на алгебру та аналіз у 10 класі) теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» окремо не виділено. Учні знайомляться з радіанами, основними тригонометричними функціями, формулами зведення та найпростішими тригонометричними рівняннями.

Таблиця 2.1

Зміст і вимоги за темою «Тригонометричні рівняння та нерівності»

Рівень	Зміст	Компетентності
Профільний	Найпростіші рівняння; обернені функції;	Розв’язування рівнянь різних типів, аналіз множин розв’язків

	нерівності; параметри	
Поглиблений	Рівняння і нерівності з параметрами; системи; графічні методи	Дослідницька діяльність, робота з графічними моделями, складні перетворення
Академічний	Найпростіші рівняння	Обґрунтування та знаходження коренів базових рівнянь
Стандарт	Лише найпростіші рівняння в межах теми функцій	Вміння знаходити корені елементарних рівнянь

У сучасній школі підручник відіграє ключову роль у формуванні математичної компетентності, оскільки саме він, поряд із поясненням учителя, виступає головним джерелом систематизованого теоретичного матеріалу та репрезентує набір типовим і нетипових задач. Для оцінювання методичних підходів до вивчення теми «Тригонометричні рівняння і нерівності» було проведено аналіз низки підручників для 10 класу різних рівнів навчання. Особливу увагу приділено структурі теми, послідовності викладу, логіці подавання матеріалу та характеру задач, оскільки саме ці елементи безпосередньо впливають на розвиток математичних компетентностей учнів — процедурної, логічної, графічної, дослідницької та практичної(таб.2.2).

Таблиця 2.2

Глибина та повнота опрацювання теми «Тригонометричні рівняння і нерівності»

Рівень навчання / Підручник	Обсяг теоретичного матеріалу	Найпростіші рівняння	Складні рівняння	Нерівності	Обернені тригонометричні функції	Системи рівнянь	Графічні методи
Поглиблений рівень (Мерзляк та ін.)	дуже великий	висвітлено детально	широко представлені	повний розгляд	повністю подані	присутні	широко застосовуються
Профільний рівень (Істер, Єрігіна)	великий	висвітлено повністю	подані різні методи	повний розгляд	детально описані	частково подані	активно використовуються
Академічний рівень (Нелін)	середній	подано	частково подано	подано найпростіші	подано	є	використовуються мінімально
Стандартний рівень (Бевз)	обмежений	лише найпростіші	відсутні	відсутні	відсутні	відсутні	на базовому рівні

Аналіз підручників демонструє, що методика формування компетентностей значною мірою залежить від структури навчального матеріалу, логіки подання теми та системи задач. Підручники поглибленого та профільного рівнів спрямовані на розвиток широкого спектра компетентностей — від процедурної до дослідницької. Підручники академічного та особливо стандартного рівня формують переважно базові

компетентності, обмежуючи можливість розвитку аналітичного мислення та навичок моделювання. У контексті викладання теми «Тригонометричні рівняння і нерівності» найбільш ефективними є ті навчальні ресурси, які поєднують теорію з ілюстративним матеріалом, містять різнорівневу систему вправ, пропонують задачі прикладного змісту та стимулюють самостійне дослідження функцій і рівнянь

Методика викладання тригонометричних рівнянь та нерівностей у контексті формування математичної компетентності ґрунтується на інтеграції концептуального розуміння, процедурних умінь, графічного мислення, логічних операцій та дослідницької діяльності учнів. Компетентнісний підхід орієнтує навчальний процес не лише на відтворення теоретичного матеріалу, а насамперед на здатність учнів застосовувати знання у різних математичних та практичних ситуаціях.

Однією з ключових методичних умов є формування глибокого концептуального розуміння тригонометричних функцій і їх властивостей. Ефективність опанування рівнянь та нерівностей значно підвищується, коли учні розуміють геометричну природу тригонометричних функцій, зокрема роль одиничного кола як універсальної моделі періодичних процесів. Використання графічних демонстрацій, динамічних анімацій та інтерактивних моделей сприяє усвідомленню закономірностей зміни функцій та попереджає формальне заучування формул.

Важливим елементом методики є розвиток умінь виконувати перетворення та застосовувати тригонометричні тотожності. Значна частина типових помилок учнів пов’язана з нерозумінням логіки перетворень або вибору нераціонального способу розв’язання. Тому доцільно організовувати систематичну роботу з тотожностями: поступове ускладнення вправ, порівняння альтернативних способів розв’язання, аналіз хибних міркувань, а

також включення задач прикладного характеру, де тотожності застосовуються природним шляхом. Така діяльність сприяє розвитку процедурної компетентності та логіко-аналітичного мислення.

Особливо значущим є формування конструктивно-графічної компетентності. Графіки тригонометричних функцій дозволяють наочно визначати кількість розв’язків рівнянь, їхній характер, інтервали знакопостійності та поведінку функцій під дією параметрів. Використання динамічних математичних систем (GeoGebra, Desmos та ін.) створює можливості для моделювання, експериментування та самостійного пошуку закономірностей. Такі інструменти роблять процес навчання інтерактивним і підсилюють розуміння зв’язку між аналітичним і графічним підходами.

Розвиток логічної компетентності передбачає формування уміння аргументувати вибір методу, здійснювати дедуктивні та індуктивні висновки, будувати послідовні міркування та доводити математичні твердження. Розв’язування рівнянь і нерівностей, особливо багатокрокових або параметричних, створює сприятливе середовище для тренування логічних структур мислення.

Дослідницька компетентність формується через виконання завдань, що передбачають постановку математичної проблеми, планування послідовності розв’язку, аналіз отриманих результатів та побудову власних моделей. У межах тригонометрії це можуть бути задачі з параметрами, реальні задачі прикладного змісту, побудова математичних моделей фізичних, біологічних чи технічних процесів, що описуються тригонометричними функціями.

Практична компетентність проявляється у здатності застосовувати знання до реальних ситуацій: учень має вміти побачити математичну модель у навколишньому середовищі, виділити суттєві параметри, побудувати

функціональну залежність, перевірити її коректність і зробити висновки. У тригонометрії це часто пов’язано з інтерпретацією гармонічних коливань, аналізом фізичних сигналів, побудовою траєкторій руху, навігаційними та геометричними задачами.

Розглянемо приклади прикладної задачі, яку можна запропонувати учням під час опрацювання теми.

Задача 1. Людина стоїть на відстані 60 м від прямолінійного шосе. На цьому ж шосе, але на віддалі 600 м від найближчої до нього точки, рухається автобус зі швидкістю 20 м/с. Визначити, під яким кутом потрібно рухатися людині зі швидкістю 4 м/с, щоб зустріти автобус, за умови, що траєкторію шосе можна вважати прямою.

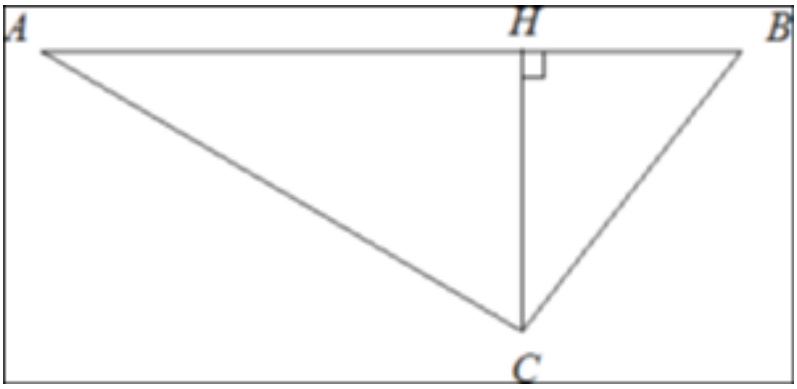


Рис.2.2. Рисунок до Задачі 1

Для розв’язування цієї задачі необхідно визначити точку *B*, у якій траєкторії руху чоловіка та автобуса перетнуться. Нехай відрізок *AB* описує шосе, а чоловік знаходиться в точці *C*. Щоб знайти місце їхньої зустрічі, слід визначити величину кута $\angle ABC$, припускаючи, що обидва учасники руху прибувають у точку BBB в один і той самий момент часу *t*.

Із умови маємо: $AC=600$ м, $CH=60$ м. Звідси випливає:

$$\sin A = \frac{60}{600} = \frac{1}{10}$$

Застосуємо теорему синусів у трикутнику *ABC*. З огляду на те, що чоловік і автобус рухаються з різними швидкостями, отримуємо співвідношення:

$$AB\frac{AB}{sinC} = \frac{BC}{sinA} \Rightarrow \text{sinC} = \frac{\text{ABsin}\,A}{BC} = \frac{20t}{4t} * \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$$

Розв'язавши рівняння $sinC = \frac{1}{2}$, одержуємо, що кут *C=30* градусів або *C =150* градусів.

Отже, аналіз показує, що чоловік встигне перехопити автобус, якщо його напрям руху утворюватиме з шосе кут у межах від 30 градусів до 150 градусів У граничних точках зустріч відбувається точно в момент прибуття автобуса, а за інших значень кута чоловік прибуде раніше та чекатиме.

Задача 2.

Спостереження за зміною висоти припливу показали, що залежність рівня води (у метрах) від часу t (у годинах) описується рівнянням $y(t) = 1.3 + 1.2\cos(2t)$.

Необхідно побудувати графік цієї функції на інтервалі $0 \leq t \leq 2\pi$ та визначити висоту припливу через чотири години від початку спостережень(рис. 2.2).

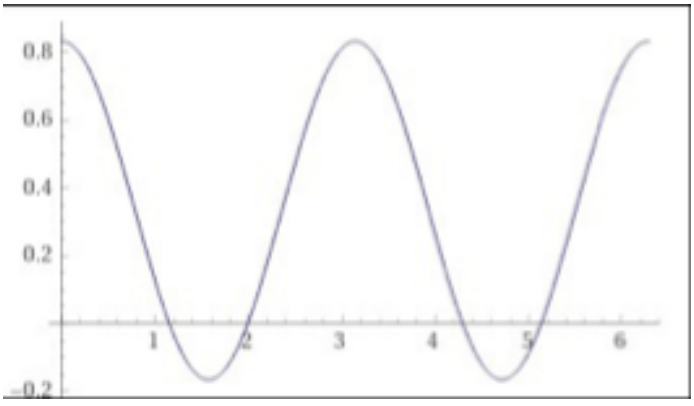


Рис.2.3. Графік до Задачі 2

Обчислення показують, що через 4 години рівень води становитиме $y(4) = 1.3 + 1.2\cos 8 \approx 0.83$ м.

Для формування практичної компетентності також можна розглядати задачі наступного типу:

Задача 3(Механічні коливання балки). Вібрація вузької сталевої балки під впливом періодичного навантаження змінюється за законом $y(t) = 0{,}5\sin(12\pi t)$. Знайдіть амплітуду коливань, частоту та період зміни коливань балки.

Задача 4. Спостерігач на оглядовій платформі порту знаходиться на висоті 85 метрів над рівнем моря. Він бачить два кораблі, що наближаються до гавані, під кутами падіння (депресії) 28° та 12° відповідно. Припустимо, що обидва кораблі рухаються в одній лінії та знаходяться з одного боку від вежі. Визначити, на якій відстані один від одного перебувають кораблі в цей момент.

Задача 5(Температурні коливання в реакторі). Температура в хімічному реакторі змінюється відповідно до моделі $T(t) = 300 - 25sin\left(\frac{3\pi t}{2}\right)$, де t — час у хвилинах, температура в Кельвінах. Знайти інтервали часу, коли температура перевищує *315 K*.

Отже, компетентнісно орієнтована методика викладання тригонометричних рівнянь та нерівностей базується на поєднанні концептуального осмислення, операційної майстерності, графічного моделювання, логічної аргументації та дослідницької діяльності. Комплексне застосування цих компонентів забезпечує формування повноцінної математичної компетентності, що відповідає сучасним освітнім вимогам і сприяє глибокому та усвідомленому засвоєнню тригонометрії.

2.3. Використання інтерактивних методів у навчанні тригонометричних рівнянь та нерівностей

У межах вивчення теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» інтерактивні методи навчання розглядаються як один із провідних засобів формування математичної компетентності. Зокрема, було проведено опитування серед учителів математики, у якому взяли участь 49 педагогів. Аналіз результатів показав, що 71 % респондентів оцінюють використання цифрових та інтерактивних засобів як суттєвий чинник підвищення ефективності опрацювання тригонометричного матеріалу, тоді як лише 4 % вважають їх малоефективними..

Отримані дані свідчать, що найпоширенішими у практиці вчителів є платформи LearningApps (69 %), GeoGebra (58 %), WordWall (54 %) та Kahoot (41 %)(рис.2.4). Вонизастосовуються для створення інтерактивних вправ, тестів, динамічної побудови графіків тригонометричних функцій та оперативного зворотного зв’язку. Педагоги зазначають, що інтерактивні ресурси насамперед використовуються для візуалізації функцій (79 %), формування вмінь аналізувати графіки та властивості тригонометричних залежностей (61 %), а також для розв’язування задач прикладного змісту (46 %) і підготовки учнів до контрольних робіт (44 %).

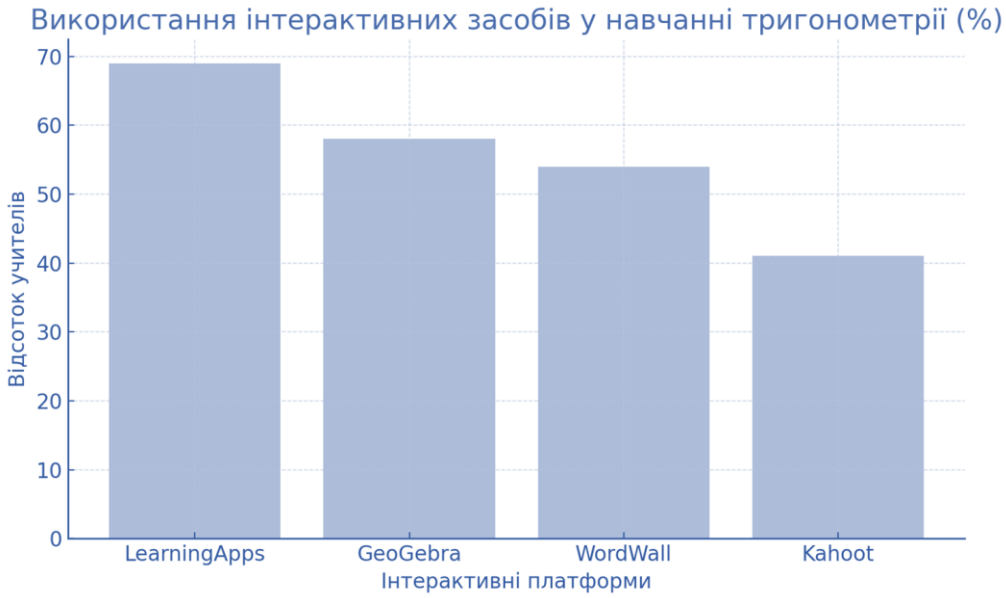


Рис.2.4. Результати опитування

Серед переваг інтерактивних технологій учителі виокремлюють підвищення мотивації до вивчення тригонометрії (72 %), полегшення перевірки правильності розв’язків та оперативне виявлення типових помилок (59 %), а також покращення наочності та доступності абстрактних понять завдяки графічному й динамічному поданню матеріалу (63 %). Разом з тим зафіксовано й низку проблем: 48 % респондентів вказують на нестачу часу для підготовки інтерактивних завдань, 29 % — на технічні труднощі (обмеженість обладнання, нестабільність інтернет-з’єднання), а 38 % наголошують на потребі цілеспрямованого підвищення власної цифрової компетентності.

Як можливі напрями вдосконалення практики використання інтерактивних засобів учителі називають розширення доступу до якісних онлайн-ресурсів та ліцензійних платформ (53 %), розроблення чітких методичних рекомендацій і дидактичних матеріалів для роботи з тригонометричними рівняннями та нерівностями (47 %), а також організацію спеціалізованих курсів і тренінгів з цифрової грамотності для педагогів (42

%). Показово, що 62 % опитаних регулярно застосовують інтерактивні програмні засоби під час підготовки учнів до НМТ, що підтверджує їхню високу практичну значущість у контексті підсумкового та зовнішнього оцінювання.

Емпіричні дані засвідчують, що інтерактивні методи, особливо на основі ІКТ, виступають потужним інструментом у процесі формування математичної компетентності при вивченні тригонометричних рівнянь та нерівностей. Вони не лише підсилюють пізнавальну активність та мотивацію учнів, але й забезпечують умови для поєднання аналітичної, графічної та дослідницької діяльності, що відповідає вимогам сучасної компетентнісно орієнтованої математичної освіти.

У процесі формування математичної компетентності під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей важливу роль відіграє використання інтерактивних інструментів, які забезпечують поєднання теоретичного матеріалу з практичною діяльністю учнів. Одним із найбільш уживаних ресурсів є LearningApps, який вчителі застосовують завдяки його доступності, простоті та різноманітності інтерактивних форматів(рис2.5). Платформа дає можливість створювати завдання на відповідність, вибір правильної відповіді, перетягування елементів і тренажери для закріплення навичок, що особливо корисно при роботі з основними тригонометричними формулами, перетвореннями та типовими рівняннями. Для учнів важливим є миттєвий зворотний зв’язок, який допомагає швидко виправляти помилки й адаптувати стратегію розв’язування.

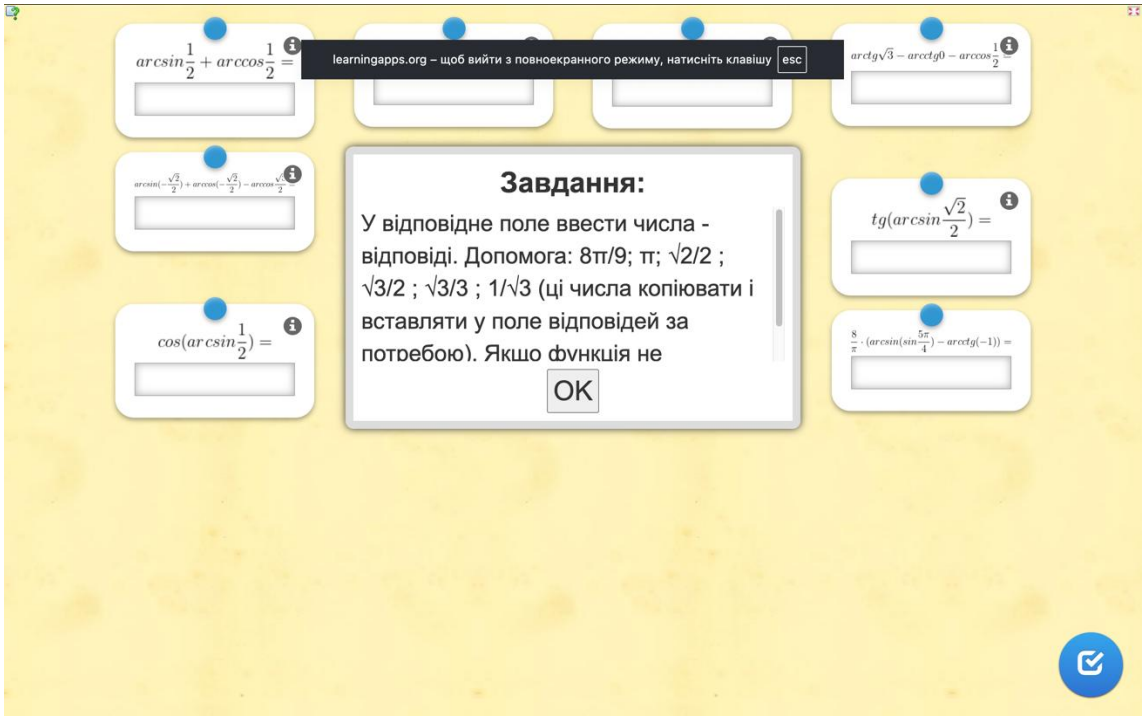


Рис.2.5. Розроблена вправа на сервісі LearningApps

Ефективним інструментом для інтерактивного повторення та систематизації знань є також WordWall, який за результатами опитування активно використовують значна частина педагогів(рис.2.6). На платформі легко створювати різні типи тренувальних вправ — від вікторин до вправ на класифікацію або вибір правильного формулювання, що дозволяє урізноманітнити навчальний процес і створити змагальні ситуації, які сприяють підвищенню мотивації учнів. Зокрема, для теми тригонометричних рівнянь учителі часто розробляють інтерактивні тести на перетворення виразів, визначення коренів рівнянь або співвіднесення формул із графічним відображенням.

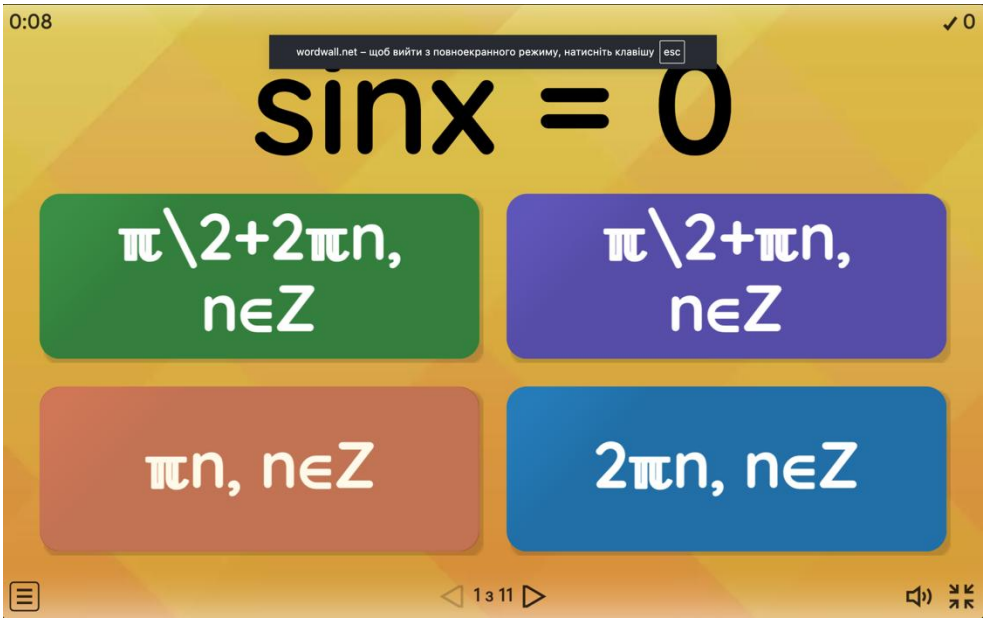


Рис.2.6. Розроблена вправа на сервісі WordWall

Особливої уваги заслуговує використання динамічного математичного середовища GeoGebra, яке, за результатами проведеного опитування, застосовують близько 64 % педагогів. Він абезпечує можливість візуалізації тригонометричних функцій, побудови графіків рівнянь та аналізу їх розв’язків у різних інтервалах. GeoGebra дозволяє учням взаємодіяти з графічними моделями у реальному часі — змінювати параметри, будувати точки перетину графіків, досліджувати поведінку функцій та наочно спостерігати, як ці зміни впливають на кількість та розташування коренів тригонометричних рівнянь(рис.2.7).

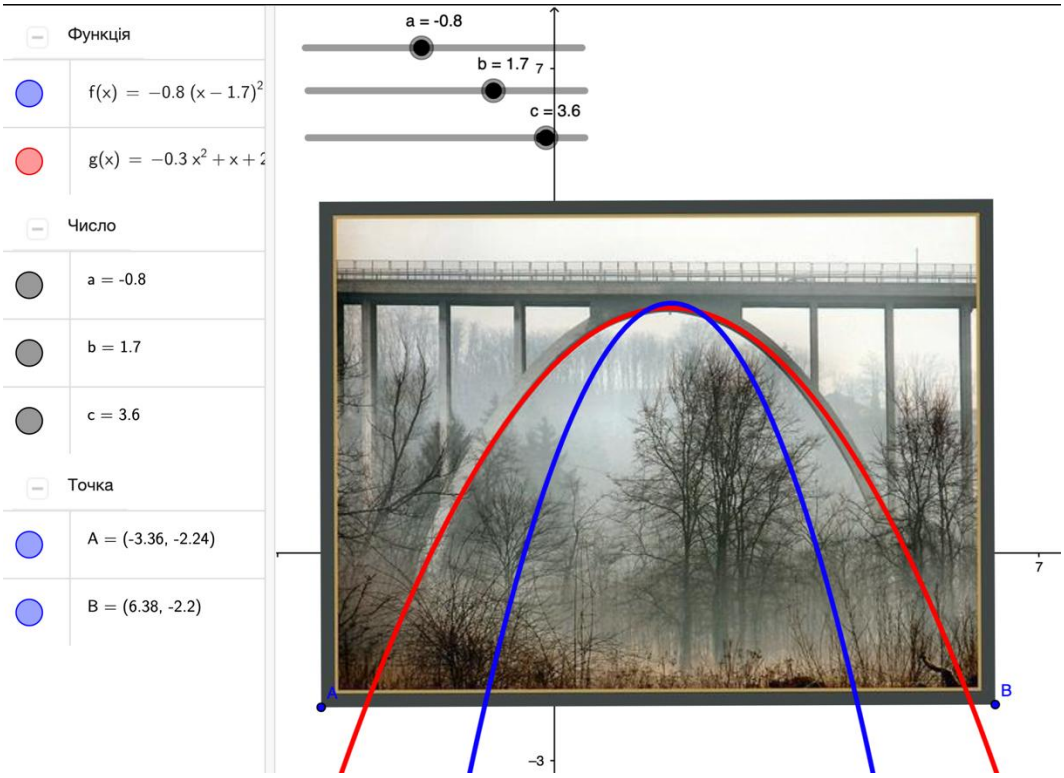


Рис.2.7. Демонстрація використання GeoGebra

Для контролю засвоєння матеріалу та створення елементів освітньої взаємодії широко застосовується сервіс Kahoot, який, згідно з опитуванням, регулярно використовують приблизно 44 % вчителів. Платформа дозволяє проводити інтерактивні тести, що сприяє формуванню швидкого математичного мислення, концентрації уваги та вмінню оперативно обирати правильну стратегію розв’язування(рис.2.8). При створенні тестів із теми тригонометричних рівнянь вчителі часто включають завдання на визначення періодичності, кількості коренів у певному проміжку, співвіднесення рівняння з його графіком або властивостями функції.



Рис.2.8.. Демонстрація використання Kahoot

У сукупності всі перелічені ресурси забезпечують учням можливість опрацьовувати матеріал різними способами — через інтерактивні тренажери, візуалізації, моделювання та змагальні вправи. Таке різноманіття методів дозволяє посилити інтерес до теми тригонометрії, підвищити рівень засвоєння теоретичних основ та сформувати стійкі навички розв’язування тригонометричних рівнянь і нерівностей. Інтерактивні інструменти не лише модернізують навчальний процес, а й створюють умови для розвитку ключових математичних компетентностей учнів, що відповідає вимогам сучасної освітньої парадигми.

Висновки до другого розділу

У другому розділі було здійснено всебічний аналіз методичних підходів до вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей з позиції формування математичної компетентності учнів старшої школи. Результати опрацювання теоретичних і практичних джерел дозволили зробити низку узагальнень.

Встановлено, що труднощі школярів у засвоєнні тригонометричного матеріалу зумовлені не лише абстрактністю понять, але й обмеженістю традиційних методів пояснення, які часто не передбачають достатнього рівня візуалізації та практичного застосування. Учні найчастіше відчувають складності у трактуванні періодичних функцій, роботі з одиничним колом, розумінні багатозначності тригонометричних рівнянь, а також у застосуванні тригонометричних перетворень. Ефективне формування математичної компетентності можливе лише за умови цілеспрямованого використання широкого спектра методичних інструментів: проблемного навчання, інтерактивних технологій, цифрових засобів (динамічна математика, комп'ютерні симуляції), групових форм роботи та завдань прикладного спрямування. Саме інтеграція графічних і аналітичних підходів дає змогу значно полегшити засвоєння тригонометричного матеріалу.

Отже, результати аналізу засвідчують, що компетентнісний підхід до викладання тригонометричних рівнянь і нерівностей вимагає орієнтації на розвиток не лише обчислювальних умінь, але й здатності учнів до математичного моделювання, інтерпретації результатів, роботи з графіками та аргументації власних міркувань, що створює підґрунтя для удосконалення методики навчання та обґрунтовує необхідність розроблення відповідних методичних рекомендацій, що стане предметом наступного розділу.

РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА МЕТОДИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ

3.1. Ресурс «Світ тригонометрії»

З метою підвищення ефективності опанування учнями змісту теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» та забезпечення вчителів цілісною методичною підтримкою було вирішено створити навчально-методичний ресурс «Світ тригонометрії»(рис.3.1). Розробка ресурсу зумовлена потребою системно поєднати теоретичний матеріал, практичні завдання, інтерактивні інструменти та засоби формувального оцінювання в єдину педагогічну платформу, орієнтовану на розвиток математичної компетентності учнів.

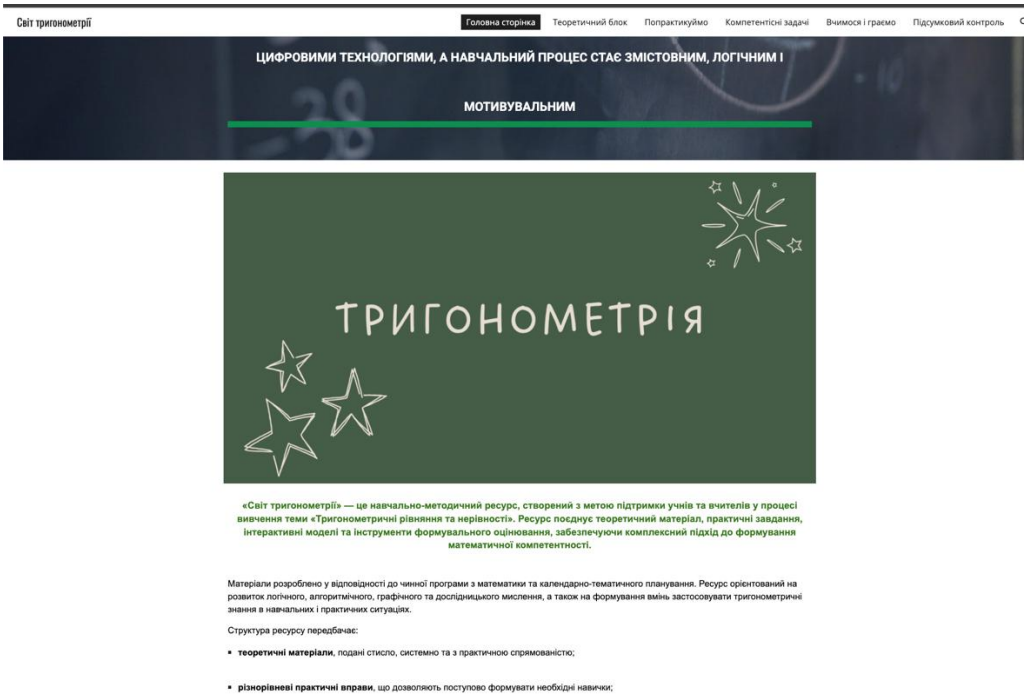


Рис.3.1. Ресурс «Світ тригонометрії»

Ресурс спрямований на модернізацію процесу вивчення тригонометрії шляхом інтеграції цифрових технологій, візуалізацій, прикладних задач та компетентнісно орієнтованих завдань, що відповідає сучасним тенденціям

математичної освіти, які передбачають формування не лише предметних знань, а й умінь аналізувати, інтерпретувати, моделювати та застосовувати математичні залежності у практичних ситуаціях.

Метою ресурсу є забезпечення:

- комплексного супроводу вчителя на різних етапах уроку — від пояснення нового матеріалу до підсумкового оцінювання;
- розвитку в учнів ключових компонентів математичної компетентності: логічної, процедурної, інформаційно-цифрової, графічно-конструктивної та дослідницької;
- ефективного засвоєння тригонометричних рівнянь та нерівностей через використання інтерактивних і візуальних інструментів;
- можливості диференціації та індивідуалізації навчання відповідно до рівня підготовки учнів;
- формування навичок самостійного опрацювання матеріалу та самоконтролю.

Структура розробленого ресурсу має модульний характер і безпосередньо узгоджується з тематичним плануванням шкільної програми(рис.3.2). До його складу входять кілька взаємопов’язаних компонентів, кожен із яких виконує конкретну дидактичну функцію та спрямований на формування в учнів цілісного розуміння тригонометричних рівнянь і нерівностей.



Рис.3.2. Структура ресурсу

Першим елементом є теоретичний блок, у якому подано систематизований виклад основних понять теми(рис.3.3). Теоретичні матеріали охоплюють властивості тригонометричних функцій, необхідні формули та тотожності, алгоритми перетворення виразів, а також методи розв’язування основних типів тригонометричних рівнянь і нерівностей. Інформація подана стисло та структуровано, з акцентом на практичну реалізацію та формування у здобувачів освіти алгоритмічного мислення. Допоміжні таблиці й узагальнені схеми забезпечують логічну послідовність вивчення матеріалу та сприяють його глибокому засвоєнню.

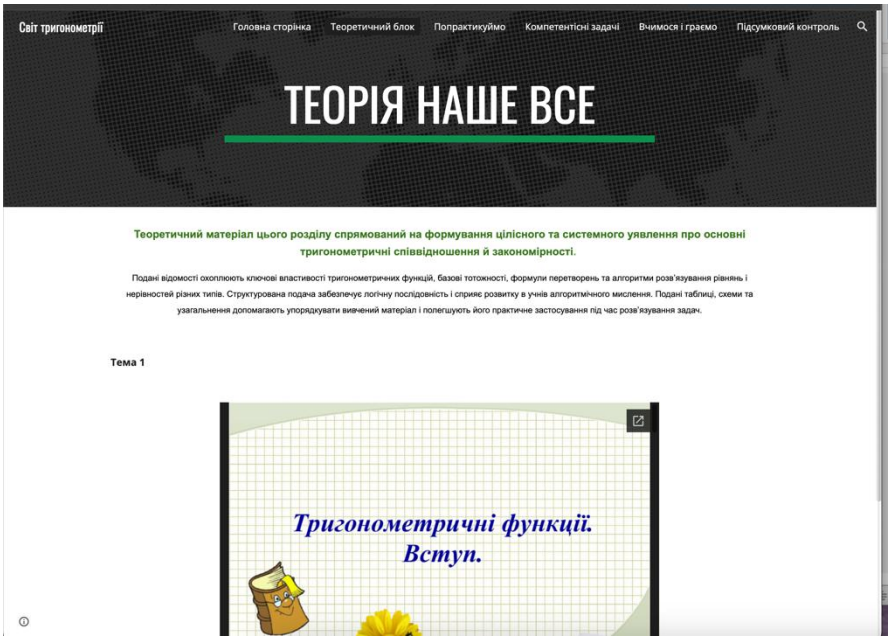


Рис.3.2.Сторінка «Теоретичний блок»

Другим складником є практичний блок, що містить вправи до кожного уроку(рис.3.3). Для кожної теми передбачено комплекс завдань різного рівня складності: від базових, спрямованих на актуалізацію знань, до аналітичних вправ, що потребують порівняння методів і вибору оптимального способу розв’язування. Завдання підвищеної складності включають параметричні й нестандартні задачі, що розвивають здатність учнів до пошуку, аналізу й творчого застосування відомих методів. Багато вправ супроводжуються прикладами міркувань, структурованими коментарями й підказками, які сприяють формуванню самостійності й усвідомленості навчальної діяльності.

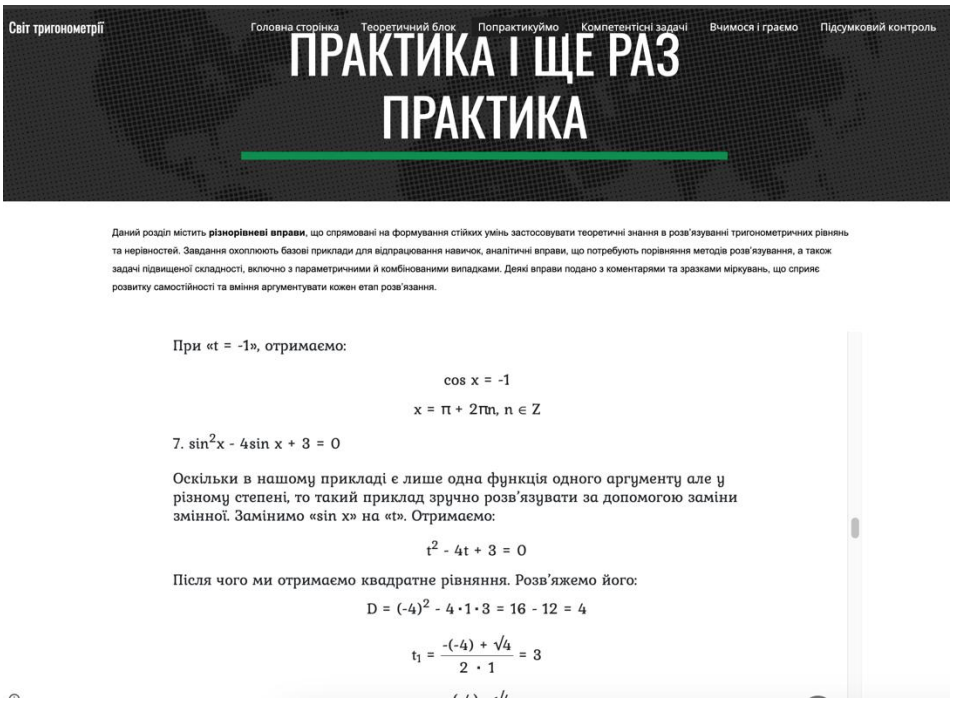


Рис.3.3.Сторінка «Попрактикуймо»

Важливою частиною ресурсу є компетентнісні задачі, орієнтовані на застосування тригонометричних знань у реальних або наближених до реальних ситуаціях(рис.3.4). До їх числа належать задачі з фізики (зокрема моделі гармонічних коливань), приклади з навігації, інженерії, технічних вимірювань та повсякденного життя. Такі задачі сприяють формуванню в учнів уміння інтерпретувати отримані результати, будувати математичні моделі, робити висновки та переносити знання у нові практичні контексти.



Рис.3.4.Сторінка «Компетентісні задачі»

Інтерактивний блок ресурсу забезпечує поєднання традиційних методів навчання з сучасними цифровими технологіями(рис.3.5). Він містить динамічні моделі та графічні побудови, створені за допомогою GeoGebra та Desmos, інтерактивні вправи на платформі LearningApps, а також засоби формувального оцінювання, реалізовані через Kahoot, Quizizz та Classtime. Використання цих інструментів підвищує мотивацію та пізнавальну активність учнів, дозволяє краще зрозуміти абстрактні закономірності та отримувати негайний зворотний зв’язок.



Рис.3.5.Сторінка «Вчимося і граємо»

Кожен модуль доповнюється підсумковими матеріалами, які містять тематичні тести, тренувальні вправи, підсумкові інтерактивні вікторини та сторінки самооцінювання(рис.3.6). Така структура забезпечує системний контроль засвоєння змісту й підтримує формувальне оцінювання, що відповідає вимогам сучасної методики викладання математики.

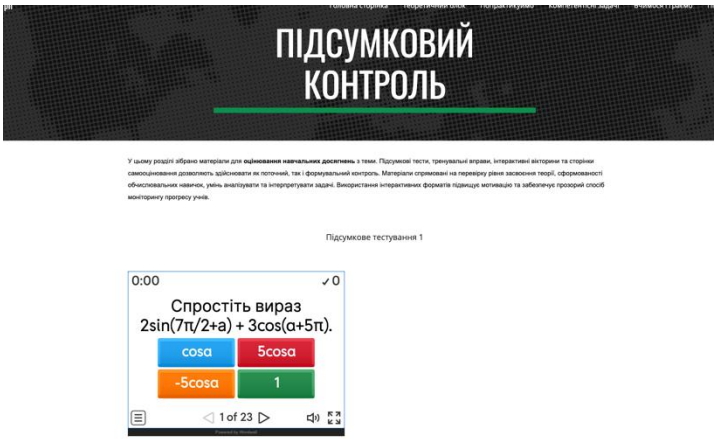


Рис.3.6.Сторінка «Підсумковий контроль»

Усі матеріали ресурсу організовано відповідно до календарно-тематичного плану, що робить його інтеграцію в освітній процес повністю органічною. Для кожного уроку створено окрему сторінку, яка містить теоретичний виклад, практичні завдання, рекомендації щодо методики застосування, варіанти диференціації завдань, а також QR-коди чи активні посилання на інтерактивні вправи та електронні ресурси, що дозволяє використовувати розробку в очному, дистанційному або змішаному форматі навчання(рис.3.7).



Рис.3.7.Демонстрація наповнення сторінок

Як методична підтримка для педагога, «Світ тригонометрії» виступає комплексним інструментом, який значно зменшує навантаження на підготовчий етап уроку, надає структуровані матеріали для пояснення нового змісту та забезпечує вчителю можливість ефективно впроваджувати інтерактивні, дослідницькі та диференційовані методи навчання. Для учня ресурс виконує функцію навчальної платформи, яка забезпечує доступ до зрозумілої теорії, різнорівневих вправ, інструментів самоперевірки та прикладних задач, що демонструють практичну цінність тригонометрії та

формують навички математичного моделювання. Узагальнюючи, ресурс «Світ тригонометрії» є сучасним, багатокомпонентним і методично виваженим комплектом матеріалів, що поєднує традиційні підходи та цифрові інструменти. Його використання сприяє глибшому розумінню теми, розвитку математичної компетентності та підвищенню якості навчального процесу загалом.

3.2. Оцінка ефективності розробки

Для визначення результативності використання ресурсу «Світ тригонометрії» було проведено опитування серед учителів математики, які працюють у закладах загальної середньої освіти у м. Івано-Франківськ. Метою опитування було з’ясувати рівень практичної цінності запропонованих матеріалів, зручність їх застосування в навчальному процесі та вплив на формування предметних компетентностей учнів.

Отримані результати засвідчили загалом позитивне ставлення педагогів до запропонованого ресурсу. Понад 70% респондентів зазначили, що матеріали сприяють підвищенню мотивації учнів, оскільки поєднують різні форми роботи — графічні моделі, інтерактивні вправи та прикладні задачі. Близько 64% учителів наголосили на тому, що використання цифрових візуалізацій (зокрема GeoGebra та Desmos) допомагає значно пришвидшити процес опанування тригонометричних залежностей та підвищує точність виконання графічних побудов.

Важливим результатом стало те, що понад половина педагогів (≈58 %) відзначили зменшення кількості типових помилок у процесі розв’язування тригонометричних рівнянь та нерівностей після систематичного використання матеріалів ресурсу. Учителі вказували, що учні краще розуміють взаємозв’язки між аналітичними і графічними способами

доведення, а також демонструють вищий рівень самостійності під час виконання завдань.

Окрему увагу респонденти звернули на зручність структури матеріалів. Близько 62 % опитаних відзначили, що ресурс легко інтегрується у різні етапи уроку — від мотивації й пояснення до практичних робіт та формувального оцінювання. Учителі підкреслили, що завдання можуть бути адаптовані до різних рівнів підготовки учнів, що робить матеріали універсальними для профільних, академічних та стандартних програм.

Разом з тим, було зафіксовано низку викликів. Зокрема, приблизно 28% педагогів вказали на необхідність додаткової підготовки вчителя для впевненого використання цифрових інструментів. Окремі респонденти відзначили технічні обмеження закладів освіти (нестабільний інтернет, недостатня кількість комп’ютерів), які можуть перешкоджати регулярному застосуванню ресурсу.

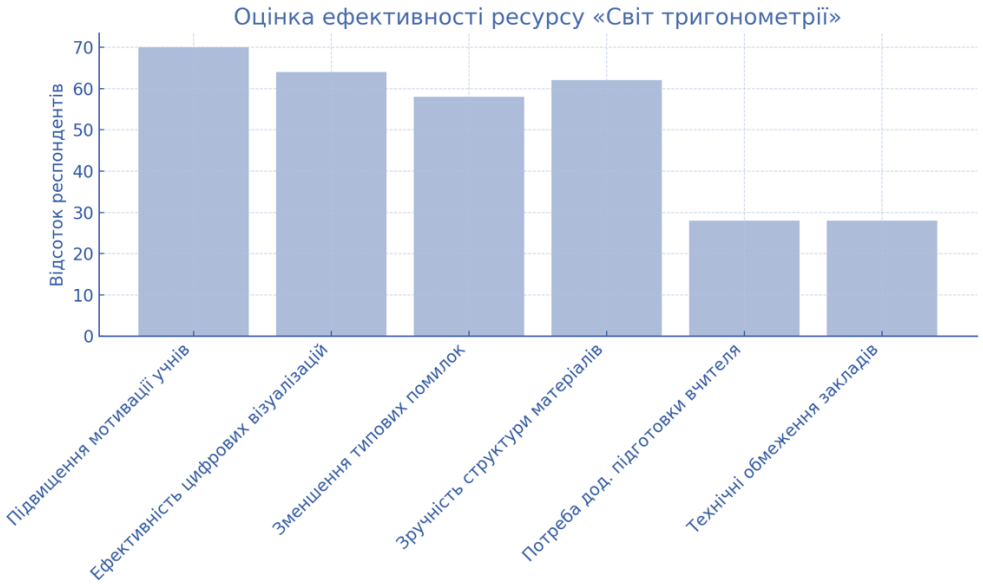


Рис.3.8. Результати опитування щодо оцінки ресурсу

Узагальнюючи результати опитування, можна стверджувати, що ресурс «Світ тригонометрії» був позитивно оцінений учителями як

ефективний інструмент для формування математичних компетентностей. Він сприяє підвищенню рівня розуміння матеріалу, активізує пізнавальну діяльність учнів і забезпечує умови для інтеграції сучасних методів навчання у викладання тригонометричних рівнянь та нерівностей.

Висновки до третього розділу

У третьому розділі було представлено результати розроблення та впровадження авторських методичних матеріалів, об’єднаних у ресурс «Світ тригонометрії», спрямованих на вдосконалення процесу формування математичної компетентності учнів під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей. Запропоновані матеріали охоплюють систему інтерактивних завдань, графічних моделей, прикладних задач і цифрових інструментів, що забезпечують комплексний підхід до засвоєння теоретичного та практичного змісту теми.

Аналіз структури та змістового наповнення ресурсу показав, що його використання створює сприятливі умови для розвитку в учнів ключових компонентів математичної компетентності — логічної, процедурної, інформаційно-цифрової, графічно-конструктивної та дослідницької. Матеріали ресурсу орієнтовані на активізацію пізнавальної діяльності, підтримку самостійного мислення та формування стійких умінь застосовувати тригонометричні знання в різних навчальних і практичних ситуаціях.

Отримані результати опитування педагогів свідчать, що інтеграція авторського ресурсу «Світ тригонометрії» у навчальний процес сприяє системному розвитку математичних компетентностей учнів та підвищує загальну якість опанування теми. Запропоновані матеріали можуть бути

рекомендовані для широкого використання у закладах загальної середньої освіти, а також як компонент змішаного та дистанційного навчання.

ВИСНОВКИ

У результаті проведеного дослідження було теоретично обґрунтовано, методично розроблено та практично апробовано комплекс заходів, спрямованих на формування математичної компетентності учнів під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей. Здійснений аналіз дозволяє сформувати узагальнені висновки, що відображають основні результати та науково-методичні напрацювання.

У першому розділі було визначено сутність поняття математичної компетентності та її складових, що охоплюють логічну, процедурну, інформаційно-цифрову, графічно-конструктивну та дослідницьку компетентності. Розглянуто сучасні підходи до формування компетентностей у математичній освіті та проаналізовано психолого-дидактичні особливості засвоєння тригонометричного матеріалу. Установлено, що розвиток компетентнісного підходу вимагає зміщення акцентів із механічного відтворення знань на вміння аналізувати, моделювати, застосовувати та інтерпретувати математичні залежності. З’ясовано, що тема тригонометричних рівнянь та нерівностей має високий потенціал для розвитку комплексних умінь учнів, оскільки поєднує аналітичні, графічні, алгоритмічні та прикладні аспекти.

У другому розділі визначено провідні труднощі, з якими учні найчастіше стикаються під час вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей. До основних проблем належать: фрагментарне розуміння тригонометричних функцій, слабке оперування одиничним колом, труднощі з перетворенням виразів і вибором раціонального методу розв’язування, помилки при побудові графіків, а також низький рівень самостійності при роботі з параметричними задачами. На основі аналізу опитувань учителів та

учнів встановлено, що традиційні методи навчання не забезпечують достатнього рівня розуміння складних абстрактних залежностей. Обґрунтовано доцільність використання інтерактивних, дослідницьких та візуальних методів навчання, що підвищують мотивацію, допомагають структурувати матеріал і сприяють зменшенню кількості типових помилок.

У третьому розділі представлено авторський навчально-методичний ресурс «Світ тригонометрії», орієнтований на комплексне формування предметних компетентностей учнів. Розроблений ресурс містить теоретичні матеріали, практичні вправи різних рівнів складності, компетентнісні задачі, інтерактивні моделі, підсумкові тести й вікторини, що узгоджені з календарно-тематичним планом. Матеріали мають модульну структуру та забезпечують повноцінний супровід уроку на всіх етапах: від мотивації та пояснення до рефлексії та оцінювання. Результати опитування вчителів продемонстрували, що понад 70 % респондентів відзначають підвищення мотивації учнів, 64 % вказують на ефективність візуалізації, 58 % — на зменшення кількості типових помилок, а 62 % — на зручність інтеграції ресурсу в урок. Доведено, що використання ресурсу сприяє підвищенню рівня розуміння тригонометричних залежностей, активізує пізнавальну діяльність і забезпечує позитивну динаміку формування ключових компонентів математичної компетентності.

Отже, результати дослідження мають теоретичну значущість для вдосконалення компетентнісного підходу у викладанні математики та практичну цінність для педагогів, які працюють над підвищенням якості навчального процесу у закладах загальної середньої освіти. Авторський ресурс «Світ тригонометрії» може бути рекомендований для широкого впровадження в освітню практику як інструмент, що поєднує сучасні методи навчання, цифрові технології та компетентнісно орієнтований зміст.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ачкан В. В. Навчальні дослідження з використанням ІКТ як засіб формування компетентностей. Збірник наук. праць УДПУ. 2008. Ч. 2. С. 29–37.

2. Бабич О. Я. Формування математичної компетентності учнів старшої школи. Таврійський вісник освіти. 2011. № 4. С. 170–174.

3. Бевз Г. П. Методика викладання математики. Київ : Вища школа, 2009. – 367 с.

4. Бібік Н. М. Компетентнісна освіта – від теорії до практики. Київ : Плеяда, 2005. – 120 с.

5. Бондаренко З. В. Використання цифрових інструментів у процесі навчання математики в старшій школі. Математика в школах України. 2021. № 10. С. 2–9.

6. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Цифрова трансформація математичної освіти: тенденції та виклики. Педагогічні науки: теорія та практика. 2022. № 3. С. 41–48.

7. Васильєва Д. О. GeoGebra як засіб формування математичних компетентностей учнів. Інформаційні технології в освіті. 2021. № 4. С. 56–63.

8. Глазунова О. Г., Волошина Т. В. Цифрові освітні ресурси у навчанні STEM-дисциплін. ІКТ в освіті. 2020. № 2. С. 12–22.

9. Головко М. М. Досвід використання Desmos у вивченні функцій. Математика в школі. 2023. № 1. С. 8–12.

10. Голодюк Л. Рівнева диференціація як засіб індивідуалізації навчання. Імідж сучасного педагога. 2004. № 2/3. С. 90–93.

11. Грицик Т. А. Методика диференційованого вивчення теоретичного матеріалу з тригонометрії. Наша школа. 2009. № 6. С. 62–67.

12. Гришко В. А., Мерзликін О. В. Використання ІКТ для розвитку математичної грамотності учнів. Освіта та розвиток обдарованої особистості. 2022. № 3. С. 19–25.

13. Даниленко С. В. Формування цифрової компетентності учнів на уроках математики. Педагогічні науки: реалії та перспективи. 2021. № 5. С. 101–106.

14. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти. МОН України, 2020(https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrainska-shkola-2/derzhavniy-standart-bazovoi-serednoi-osviti).

15. Дослідження інтеграції ІКТ у навчанні математики на початковому рівні: Mazabuka Host, Ndhlovu B. Z. Zanzini, 2025. Integration of ICTS in the Teaching and Learning of Mathematics at Primary School Level.

16. Європейські / міжнародні дослідження: Digital Technology Approach in Mathematics Education: A Systematic Review — Saat N. A., Alias A. F., Zaki M. Z. et al., 2024.

17. Жалдак М. І., Крамський М. Ю. Цифрові технології у математичній освіті: нові підходи та моделі. Інформаційні технології і засоби навчання. 2020. № 76(2). С. 15–28.

18. Забранський В. Я., Грицик Т. А. Диференціація змісту тригонометрії у профільній школі. Дидактика математики: проблеми і дослідження. 2008. Вип. 30. С. 206–212.

19. Здоровець Н. В. Використання LearningApps у навчанні алгебри. Математика в школах України. 2022. № 20. С. 4–7.

20. Ільєнко В. Р. Моделювання математичних задач за допомогою інтерактивних середовищ. Вісник Чернігівського нац. пед. ун-ту. 2023. № 183. С. 112–118.

21. Кузьменко І. О. Адаптивні цифрові платформи у дистанційному навчанні математики. Педагогічні інновації. 2021. № 4. С. 72–79.

22. Левченко Т. І. STEM-підхід у викладанні тригонометрії. Математика в школі. 2023. № 5. С. 30–35.

23. Мерзликін О. П., Проценко Г. В. Використання онлайн-середовищ у формуванні математичної грамотності. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання. 2022. № 65. С. 93–101.

24. Навчальна програма для старшої школи: Математика (10–11 класи). МОН України(https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv).

25. Наумець О. О. Досвід упровадження змішаного навчання математики у старшій школі. Педагогіка формування творчої особистості. 2021. № 76. С. 102–108.

26. Нечипуренко П. П. Візуалізація математичних понять засобами GeoGebra: методичні рекомендації. Київ : МОН України, 2022.

27. Овчарук О. В. (ред.). Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи. Київ : К.І.С., 2004.

28. Олексюк Н. В. Цифрові платформи Kahoot і Quizizz у формувальному оцінюванні на уроках математики. Математика в школах України. 2022. № 14. С. 12–17.

29. Петренко Л. М. Формування ключових компетентностей учнів засобами інтерактивних технологій. Освіта та педагогічна наука. 2020. № 2. С. 36–42.

30. Підручники з алгебри і початків аналізу (електронні версії). https://pidruchnyk.com.ua

31. Пінчук О. П., Беспалько О. В. Інформаційно-цифрові компетентності вчителя: сучасні вимоги. Інформаційні технології і засоби навчання. 2021. № 84(4). С. 1–17.

32. Поліщук І. М. Використання інтерактивних симуляцій у навчанні математики: ефективність та результати. Освітологічний дискурс. 2023. № 1. С. 56–62.

33. Пометун О. І. Компетентнісний підхід – орієнтир розвитку сучасної освіти. Рідна школа. 2005. № 1. С. 65–69.

34. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. Харків : Факт, 2005. – 360 с.

35. Раков С. А., Безугла Л. Д. Цифрові середовища в сучасній математичній освіті: тенденції і перспективи. Проблеми освіти. 2024. № 98. С. 47–55.

36. Сафонова І. Я. Математична компетентність як фактор підготовки старшокласників. Вчені записки КІПУ. 2014. Вип. 45. С. 32–36.

37. Сікорський П. І. Теорія і методика диференційованого навчання. Львів : Сполом, 2000. – 421 с.

38. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. Київ : Зодіак-Еко, 2000.

39. Тарасенкова Н. А., Кірман В. К. Зміст і структура математичної компетентності учнів. Математика в школі. 2008. № 6. С. 3–9.

40. Тарасенкова Н. А., Кірман В. К. Математична компетентність у Новій українській школі: цифрові рішення. Математика в школах України. 2022. № 7. С. 3–11.

41. Ткаченко О. М., Кожевнікова І. М., Шатохіна Л. П. Формування компетентностей на уроках математики. Математика в школах України. 2014. № 6. С. 2–3.

42. Brender J., El-Hamamsy L., Bruno B. et al., 2021. Investigating the role of educational robotics in formal mathematics education: the case of geometry for 15-year-old students.

43. Drijvers P. Digital tools in mathematics education: Why, what and how? International Journal of STEM Education. 2022.

44. Hegedus S., Tabach M. Digital Mathematics Environments — A decade review. Journal of Mathematical Behavior. 2021.

45. Karjanto N., Acelajado M. J. 2022. Sustainable learning, cognitive gains, and improved attitudes in College Algebra flipped classrooms.

46. Mwaniki F. M., 2024. An exploration of the integration of ICT in mathematics lessons.

47. OECD. Mathematics teaching and learning in the digital age. Paris: OECD Publishing, 2021.

48. Papadakis S., Kalogiannakis M. Using mobile apps for mathematics learning in primary education: A systematic review. Education and Information Technologies. 2022.

49. Solano-Flores G. Technology-based assessment in mathematics education. Springer, 2021.

50. Tarasenkova N., Bogatyrova I., Kolomiiets O., Serdiuk Z. Tools for assessing mathematical competence in basic school. Science and Education a New Dimension. 2015. Issue 71. P. 21–25.

ДОДАТКИ

Додаток 1

АНКЕТА 1. Для вчителів (оцінка труднощів у викладанні тригонометричних рівнянь та нерівностей)

Мета: з’ясувати, які труднощі виникають у процесі навчання учнів, які методи працюють найкраще, і як вчителі оцінюють роль ІКТ у викладанні тригонометрії.

Запитання анкети

1. Який Ваш педагогічний стаж?
   ☐ до 5 років
   ☐ 5–10 років
   ☐ 10–20 років
   ☐ понад 20 років
2. Як Ви оцінюєте рівень базової підготовки учнів із тригонометрії?
   ☐ високий
   ☐ середній
   ☐ нижче середнього
   ☐ низький
3. Які труднощі найчастіше виникають у ваших учнів? (можна кілька)
   ☐ нерозуміння одиничного кола
   ☐ труднощі з визначенням значень тригонометричних функцій
   ☐ складність у застосуванні тотожностей
   ☐ проблеми з урахуванням періодичності
   ☐ складність при розв’язанні нерівностей
   ☐ низька мотивація
4. Як часто Ви використовуєте ІКТ (інтерактивні графіки, динамічні моделі)?
   ☐ регулярно
   ☐ інколи
   ☐ рідко
   ☐ ніколи
5. Чи допомагає візуалізація (графіки, анімації) учням краще засвоювати матеріал?
   ☐ однозначно так

☐ скоріше так
☐ скоріше ні
☐ ні

6. Які теми викликають найбільше труднощів у викладанні?
   ☐ тригонометричні рівняння
   ☐ тригонометричні нерівності
   ☐ тригонометричні тотожності
   ☐ перетворення кутів
7. Наскільки учні готові до самостійного аналізу графіків функцій?
   ☐ добре готові
   ☐ частково
   ☐ недостатньо
   ☐ зовсім не готові
8. На Вашу думку, чого найбільше бракує учням?
   ☐ практики
   ☐ візуалізації
   ☐ мотивації
   ☐ теоретичної бази
   ☐ часу на опанування теми

Додаток 2

АНКЕТА 2. Для учнів (виявлення труднощів у засвоєнні тригонометричних рівнянь та нерівностей)

Мета: дослідити реальні проблеми, з якими стикаються учні, та рівень ефективності використаних викладачем методів.

Запитання анкети

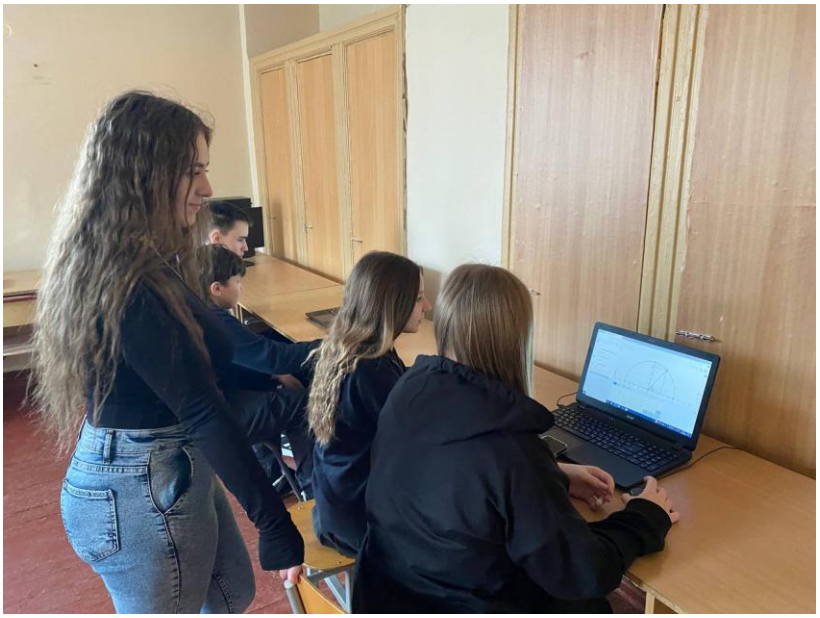
1. Наскільки складною для Вас є тема тригонометрії?
   ☐ дуже складна
   ☐ складна
   ☐ середньої складності
   ☐ легка
2. Що саме Вам найважче зрозуміти? (можна кілька)
   ☐ синус, косинус, тангенс на одиничному колі
   ☐ значення тригонометричних функцій
   ☐ застосування тотожностей
   ☐ розв’язування рівнянь
   ☐ побудова графіків
   ☐ розв’язування нерівностей
3. Що допомагає Вам найкраще зрозуміти тему?
   ☐ пояснення вчителя
   ☐ відео та анімації
   ☐ робота з графіками
   ☐ інтерактивні програми
   ☐ розв’язання великої кількості вправ
4. Чи вистачає Вам практики?
   ☐ так
   ☐ частково
   ☐ ні
5. Що викликає найбільші труднощі при розв’язуванні рівнянь?
   ☐ вибір правильної формули
   ☐ знаходження усіх розв’язків
   ☐ перетворення тригонометричних виразів
   ☐ робота з періодичністю
6. Як Ви ставитеся до використання ІКТ на уроках?
   ☐ дуже допомагає

☐ частково допомагає
☐ не впливає
☐ заважає

7. Чи відчуваєте Ви впевненість у своїх силах під час розв’язування тригонометричних задач?
   ☐ так
   ☐ частково
   ☐ ні
8. Що найбільше знижує Вашу мотивацію?
   ☐ складність теми
   ☐ страх зробити помилку
   ☐ занадто багато формул
   ☐ недостатні пояснення
   ☐ мало практики

Додаток 3

Проведення занять з використанням ІКТ та розробленого ресурсу «Світ тригонометрії»





Додаток 4

Акт впровадження методичних розробок у навчальний процес



Ліцей ім. В'ячеслава Чорновола
Івано-Франківської міської ради
вул. Чорновола 130, м. Івано-Франківськ, 76005,
e-mail: litsei.chornovola@osvita.if.ua Код ЄДРПОУ 02136382

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

Результати дипломної роботи студентки Іванишин Надії, здобувача другого (магістерського) рівня вищої освіти факультету математики та інформатики, кафедри математики та інформатики і методики навчання, на тему: «Формування математичної компетентності при вивченні тригонометричних рівнянь та нерівностей» були впроваджені у навчальний процес ліцею під час проведення уроків математики.

Під час реалізації запропонованих матеріалів було використано авторські методичні розробки, що передбачають формування ключових математичних компетентностей учнів шляхом активного використання графічних, аналітичних та числових методів при вивченні тригонометричних рівнянь і нерівностей. Акцент зроблено на розвитку вміння аналізувати математичні моделі, обґрунтовувати вибір методу розв'язання та формулювати висновки.

Результати впровадження засвідчили ефективність запропонованих підходів у підвищенні рівня навчальних досягнень учнів, формуванні логічного та критичного мислення, а також розвитку математичної культури.

10.03.2025

УКРАЇНА ЛІЦЕЙ ІМ. В'ЯЧЕСЛАВА ЧОРНОВОЛА ІВАНО-ФРАНКІВСЬКОЇ МІСЬКОЇ РАДИ 02136382 МІСТО ІВАНО-ФРАНКІВСЬК

Директор ліцею
Стефанишин Т. А.